N° d'ordre : 234

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jean QUÉBERT

PREMIÈRE THÈSE

EFFETS de SPINS et PARITÉS des RÉSONANCES de ^{12}C sur le MÉCANISME d'ÉMISSION de TROIS PARTICULES ALPHA dans la RÉACTION ^{11}B (p, 3 α)

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 22 Novembre 1968, devant la Commission d'examen.

M^r R. CHASTEL	*Président*	
M^r R. ARMBRUSTER	*Examinateurs*	
M^r M. RIMPAULT		
M^r E. COTTON		
M^r L. MARQUEZ		

1968

N° d'ordre : 234

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jean QUÉBERT

PREMIÈRE THÈSE

EFFETS de SPINS et PARITÉS des RÉSONANCES de ^{12}C sur le MÉCANISME d'ÉMISSION de TROIS PARTICULES ALPHA dans la RÉACTION ^{11}B (p, 3 α)

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 22 Novembre 1968, devant la Commission d'examen.

M^r R. CHASTEL	*Président*	
M^r R. ARMBRUSTER	*Examinateurs*	
M^r M. RIMPAULT		
M^r E. COTTON		
M^r L. MARQUEZ		

1968

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITÉ
DE BORDEAUX

FACULTÉ DES SCIENCES

351, COURS DE LA LIBÉRATION - TALENCE (GIRONDE)
TÉL. BORDEAUX (56) 92.92.81

Doyen honoraire : M. BRUS

Doyen : M. CALAS

Professeurshonoraires :

M. KASTLER ..... Professeur à la Sorbonne
M. PISOT ..... Professeur à la Sorbonne
Mlle JOSIEN ..... Professeur à la Sorbonne
M. MILLOUX
M. DANGEARD
M. CAU
M. GENEVOIS

Professeurs -

M. BRUS	Chimie
M. AVEL	Zoologie et physiologie animale
M. ROUSSET	Physique générale
M. ROGER	Mécanique rationnelle
M. WEILL	Anatomie comparée et embryogénie
M. DUFRESNOY	Mathématiques générales
M. LAFON	Physiologie générale
M. BOUNHIOL	Biologie animale
M, SERVANT	Physique
M. CALAS	Chimie organique
M. GAY	Cristallographie et minéralogie
M. PACAULT	Chimie physique
M. SCHOELLER	Géologie
M. DAVID	Physiologie végétale
M. COLMEZ	Méthodes mathématiques de la physique
M. CAMBAR	Biologie animale
M. VIGNEAUX	Géologie
M. PANOUSE	Zoologie (détaché à la Faculté des Sciences du Maroc)
M. ARZELIES	Physique (détaché à la Faculté des Sciences du Maroc)
M. RIBEREAU-GAYON	Oenologie et chimie agricole
M. RISS	Mathématiques
M. GUIZONNIER	Physique
M. HAGET	Zoologie expérimentale
M. SEMIROT	Astronomie
M. CHASTEL	Physique nucléaire
M. HAGENMULLER	Chimie minérale
M. CREAC'H	Biologie animale
M. LOUDETTE	Mécanique physique
M. PATY	Chimie

M. BORDES	Préhistoire
M. SECHET	Botanique
M. BAGANAS	Mathématiques
M. VALENTIN	Radioélectricité
M. LAFARGUE	Physique - C.S.U. de PAU
M. ENNOUCHI	Géologie (détaché à la Faculté des Sciences du Maroc)
M. EYME	Botanique
M. RUAMPS	Physique électronique
M. DESCHAMPS	Chimie - C.S.U. de PAU
M. FRAINNET	Chimie organique
M. HOARAU	Chimie physique
M. MARCHAND	Chimie
M. LALANDE	Chimie appliquée
M. GOTTIS	Géologie dynamique
M. LEMANCEAU	Chimie
M. CARDO	Psychophysiologie
M. ROCH	Physique
M. CLASTRE	Cristallographie physique
M. SURDIN	Automatique
M. JOUSSOT-DUBIEN	Chimie
M. VALADE	Chimie organique
M. BLONDEL	Mathématiques
M. SOURISSEAU	Chimie
M. MAYER	Physique - C.S.U. de PAU
Mlle FAURE-MURET	Géologie (détachée à la Faculté des Sciences du Maroc)
M. CLIN	Géologie
M. LOCHET	Physique
M. VINDT	Biologie végétale
M. REGNIER	Mathématiques
Mlle LAFFITTE	Physique
M. DESTRIAU	Chimie
M. PETIT	Physique corpusculaire
M. BARAUD	Chimie biologique
M. EMBERGER	Géologie
M. BOTHOREL	Chimie
M. CHARRU	Physique
M. SIMONOFF	Chimie physique
M. LASCOMBE	Chimie
M. RIMPAULT	Physique théorique
M. BONASTRE	Chimie - C.S.U. de PAU
M. BELLON	Chimie (détaché à la Faculté des Sciences du Maroc)
M. BARETS	Biologie animale
M. GROMB	Chimie - CS.U. de PAU
M. PINEAU	Chimie
M. LEVEQUE	Géologie approfondie
M. BOUSSEAU	Physique

M. MENNRATH	Physique
M. ANDRE	Biologie générale
M. BOUAS-LAURENT	Chimie organique
M. N...	Biochimie
M. N...	Informatique
M. N...	Calcul infinitésimal

Maître de conférences honoraire -

M. DE PUYMALY

Maîtres de conférences -

M. RIBEREAU GAYON Pascal	Chimie oenologie
M DUPUY	Physique - C.S.U. de PAU
M. LACAZE	Physique - C.S.U. de PAU
Mlle DUTRIEU	Physiologie animale
M. RAULT	Chimie minérale
Mme PETIT	Physique
M. BERNET	Génétique
M. GOMEL	Chimie (détaché à la Faculté des Sciences du Maroc)
M. BABIN	Physique - C.S.U. de PAU
M. FRESNEL	Mathématiques
M. MOYES	Géologie
M. LUTZ	Botanique
M. MOULINES	Chimie
M. METRAS	Chimie - C.S.U. de PAU
M. POUCHARD	Chimie minérale
M. SARDOS	Physique
M. MATTENET	Mathématiques - C.S.U. de PAU
M. LESCA	Mathématiques
M. ARTOLA	Mathématiques
M. DUMERY	Mécanique
M. DE MAHTAN	Mathématiques
M. BECKER	Mathématiques
M. N...	Physique - C.S.U. de PAU
M. N...	Physique théorique
M. N...	Physique théorique
M. N...	Mathématiques - C.S.U. de PAU

Conseiller Administratif -

M. LLORENS

à ma femme,

à Isabelle et Laurent,

à tous ceux qui les aiment

Ce travail a été effectué sous le contrôle soutenu et efficace de Monsieur L. MARQUEZ, Maître de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique. Que Monsieur MARQUEZ veuille bien trouver ici toute ma gratitude pour la formation que j'ai pu acquérir auprès de lui, et mon admiration pour sa compétence.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur R. CHASTEL, Directeur du Laboratoire de Physique Nucléaire, à qui je dois d'avoir eu la chance de travailler en collaboration avec le Service de Physique Nucléaire de Basse Energie du Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay. Monsieur CHASTEL a toujours prodigué à mon égard une bienveillante attention et m'a donné l'occasion, à maintes reprises, d'élargir mon horizon scientifique.

Je remercie Monsieur E. COTTON, Chef du Service de Basse Energie au Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, qui m'a toujours accueilli cordialement dans son Service. Grâce à Monsieur COTTON, j'ai pu effectuer diverses expériences au Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, et bénéficier de la grande compétence de son Service.

Monsieur le Professeur R. ARMBRUSTER a bien voulu juger ce travail en participant à mon Jury de Thèses ; qu'il veuille bien croire à ma profonde gratitude.

J'ai pu avoir de fructueuses discussions avec Monsieur le Professeur M. RIMPAULT qui a bien voulu s'occuper également de ce travail. Je l'en remercie vivement.

J'exprime ma grande reconnaissance envers le Commissariat à l'Energie Atomique qui, en m'allouant une bourse-thèse, m'a assuré son aide matérielle au cours des années de préparation d'une

thèse de 3ème Cycle et de ce travail.

Une partie de mes expériences n'aurait pu s'effectuer sans l'accord bienveillant de Monsieur DEBIESSE, Directeur de l'I.N.S.T.N., qui m'a permis d'utiliser pendant plus d'un mois l'accélérateur Van de Graaff de 2 MeV à Saclay. Monsieur LANGEVIN, Directeur de Recherches au C.N.R.S., pour sa part, a mis obligeamment à ma disposition l'accélérateur Van de Graaff de 4 MeV de la Faculté des Sciences d'Orsay.

Je tiens à exprimer ma grande reconnaissance envers Monsieur BALLINI, pour ses conseils très autorisés dans l'exploitation de l'appareillage électronique d'une partie de mes expériences. Je remercie Mademoiselle SAUNIER qui, à maintes reprises, avec sa grande expérience, m'a prodigué son aide compétente et sa gentillesse.

Que Monsieur le Professeur MENNRATH veuille bien croire à ma gratitude pour les suggestions qu'il a bien voulu me faire lors de la rédaction de ce travail.

Je remercie aussi Messieurs PAGES, QUIDORT, MOREAU, SORRIAUX, Mademoiselle DOURY (C.E.N. de Saclay),
Messieurs LESGOURGUES, MICHEL (Faculté des Sciences de Bordeaux), pour leur aide technique précieuse ainsi que mes Collègues Chercheurs : J.P. LAUGIER, J. REY et B. FROIS, qui, à des titres divers, m'ont aidé pour le bon déroulement des expériences.

La présentation de ce travail a pu s'effectuer grâce à la collaboration de Mademoiselle GARCIA, de Madame GUGENBERGER, de Monsieur GUIRAL et de Madame MARTINEZ que je remercie vivement.

INTRODUCTION

L'interaction des protons avec le bore 11 a suscité depuis quelques années de nombreux travaux théoriques et expérimentaux. Ces travaux ont porté essentiellement sur l'étude des voies de sortie de la réaction conduisant à trois particules alpha. Rappelons que le bombardement de bore 11 par des protons fut l'une des premières réactions nucléaires mises en œuvre, et que les études primitivement effectuées sur ce phénomène ont eu pour objet de contribuer à la connaissance spectroscopique du noyau composé de ^{12}C . Les résonances observées ont permis d'étudier les niveaux de ^{12}C situés au-dessus de l'énergie d'excitation de 15,96 MeV . Parallèlement, il fut vite envisagé par BETHE (Be 37) que le mécanisme d'émission α pouvait consister en un passage séquentiel par un noyau de ^{8}Be intervenant dans son état fondamental et son premier état excité.

C'est ce dernier mécanisme qui, étudié par la technique moderne des corrélations angulaires, a soulevé des problèmes nouveaux et motivé notre direction de recherche.

Diverses anomalies que nous citerons par ailleurs, sont apparues en effet lorsqu'on étudie par cette technique l'émission de particules alpha en fonction de l'énergie des projectiles. Ces phénomènes ont conduit à supposer une influence importante des caractéristiques des divers niveaux de ^{12}C telles que spin, parité, spin isotopique, dans le mécanisme d'émission α . On peut signaler aussi que diverses réactions à trois corps (notamment à haute énergie) ont posé des problèmes identiques, voire suscité des recherches dans le cas de $^{11}B(p, 3\alpha)$. Il en résulte que les travaux effectués actuellement s'inscrivent dans un cadre d'étude plus large qui est celui des réactions à trois corps dans l'état final.

Au cours de ce travail, nous nous sommes proposé d'étudier le mécanisme d'émission des particules α dans la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$ en fonction des effets de spins et parités des diverses résonances rencontrées entre 150 keV et 4 MeV .

Du point de vue expérimental, la réaction a été étudiée selon deux méthodes :

- détection des particules α par un compteur à semi-conducteurs placé à un angle donné par rapport à la direction du faisceau, et observation des spectres continus de particules α en fonction de l'énergie des projectiles.

- enregistrement, à une résonance donnée, des coïncidences α-α , selon la technique multiparamétrique, à l'aide de deux détecteurs à semi-conducteurs dont la position angulaire relative peut varier.

Du point de vue théorique, un même formalisme a été employé pour expliquer les résultats expérimentaux dans les deux cas. Ce formalisme a permis de donner, après diverses approches semi-empiriques, une bonne explication des formes de spectres continus obtenus dans le cas de la première méthode ainsi que des formes de courbes isométriques déduites dans le cas de la seconde. Il a permis, en outre, de donner une explication d'ensemble satisfaisante des diverses anomalies rencontrées, à partir des règles de sélections dues aux conservations de spins et parités des nuclides entrant en jeu dans la désintégration, associées à l'hypothèse d'un passage séquentiel par un noyau de ^{8}Be formé dans son premier état excité.

Si l'on considère la réaction du point de vue énergétique (figure 1), les voies de sortie qui sont possibles au-dessous du seuil de production de neutrons (3,02 MeV) conduisent à une émission de particules α, à une émission de rayonnements gamma, ou aux simples diffusions élastique et inélastique des protons. Les transitions essentielles sont, suivant

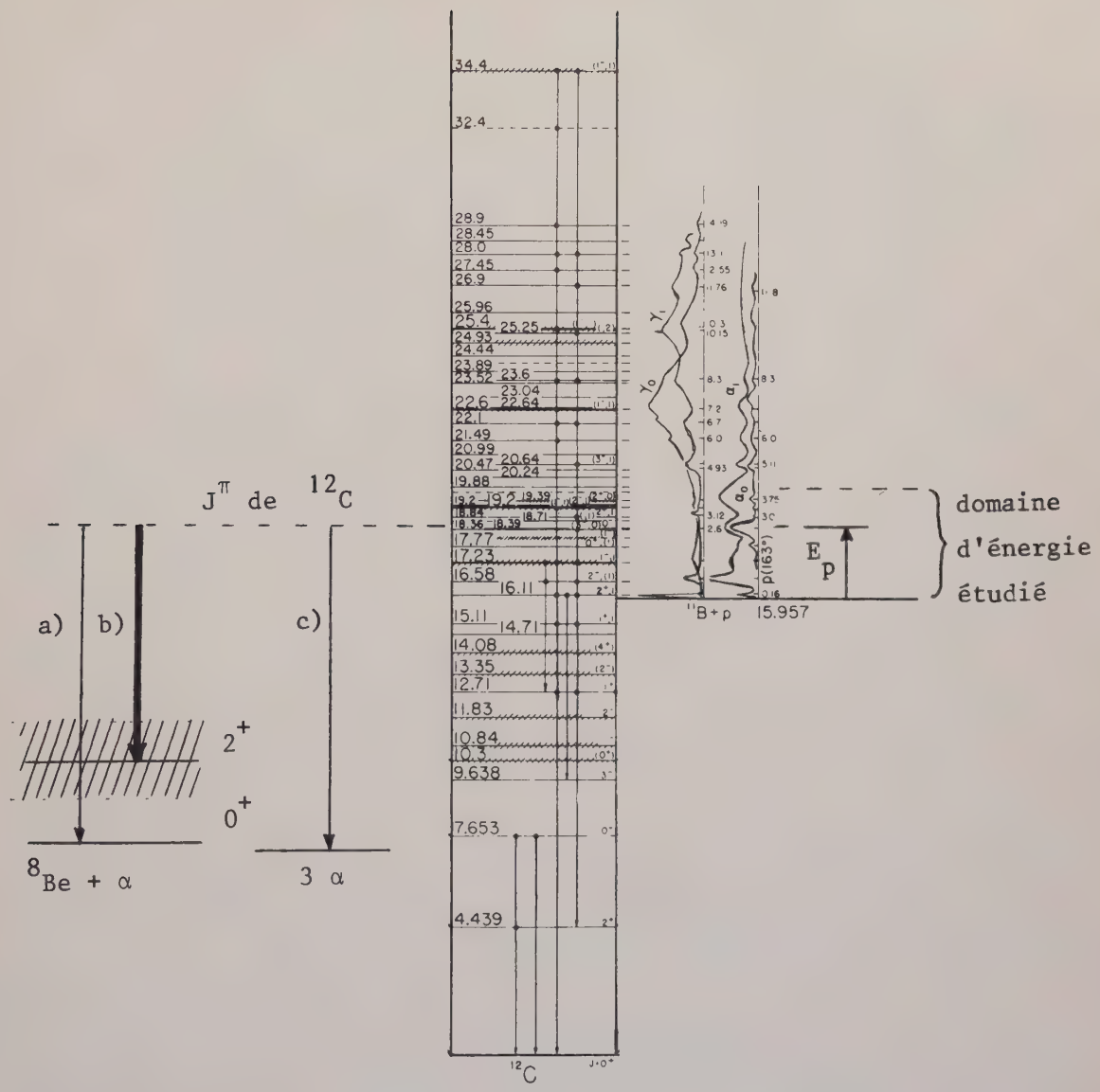


Fig. 1 : Représentation énergétique de la réaction p + ^{11}B par rapport aux niveaux du noyau composé de ^{12}C (Aj 68). Les voies de sortie a), b), c) font essentiellement l'objet de notre étude.

les résonances formées entre 150 keV et 4 MeV :

$p + {}^{11}B \longrightarrow {}^{12}C^* \longrightarrow$

a) $\alpha_o + {}^{8}Be$ (état fondamental)

b) $\alpha_1 + {}^{8}Be^*$ (1er état excité)

c) $3\,\alpha$ (désintégration simultanée supposée par DEHNHARD (De 62), mais controversée (Ph 65) - notre travail)

d) $\gamma_o + {}^{12}C$ (état fondamental)

e) $\gamma_1 + {}^{12}C^*$ (1er état excité)

f) $p_o + {}^{11}B$ ou $p_1 + {}^{11}B$ (diffusion élastique ou inélastique)

Ces divers mécanismes ont fait l'objet de nombreux travaux de spectroscopie (Be 53, Hu 53a , Hu 53b , Pa 53 , Ge 55 , Ho 55 , Cr 56 , De 57 , Aj 59 , Ke 59 , Se 61 , De 62 , Lo 64 , Th 65 , Fl 67 , Ma 67 , Aj 68 , Fe 68) , d'où il ressort que les résonances relatives à l'émission α (α_1 et α_o), qui nous intéressent plus particulièrement, sont situées aux énergies de protons de 163 keV , 675 keV , 1,4 MeV, 1,98 MeV, 2,62 MeV et 3,75 MeV.

Au cours de ce travail, deux résonances supplémentaires ont été constatées : la résonance "α_o" à 3,01 MeV et la résonance "α_o" , "α_1" à 3,5 MeV. En raison de leur très faible intensité, elles ne seront pas considérées.

I - CARACTERISTIQUES PRINCIPALES DES RESONANCES $p + {}^{11}B$ ENTRE 150 keV ET 4 MeV

Résonance de 163 keV

${}^{12}C^* = 16,1$ MeV , $J^\pi = 2^+$, $T = 1$, $\Gamma_{total} = 6,5 \pm 0,6$ keV

Cette résonance se manifeste pour toutes les voies de sorties citées (excepté la diffusion inélastique qui n'est pas permise énergétiquement). Le mécanisme "α_1" est le plus intense tout en paraissant perturbé comme l'indique DEHNHARD (De 62), par une désintégration simultanée de $3\,\alpha$

Les distributions angulaires α_o et γ_o n'ont pu être totalement expliquées théoriquement (Th 52 , Lo 64) qu'en considérant un effet d'interférences entre la résonance considérée et celle située à 1,4 MeV , de parité opposée (1^-).

Résonance de 675 keV

$^{12}C^* = 16,58$ MeV , $J^\pi = 2^-$, $T = 1$, $\Gamma_{total} = 300$ keV

Cette résonance est fortement marquée pour l'émission "α_1" et pour la diffusion élastique. L'émission α_o est pratiquement interdite ainsi que la transition γ_o . Ces remarques ont permis de conclure d'une part, que l'interaction dans la voie d'entrée se fait dans un état s , d'autre part, que le spin est de parité non naturelle. Dans la série des spins à parités non naturelles 0^- , 1^+ , 2^- , 3^+ , le spin 2^- répond aux conditions imposées par l'expérience, tout en permettant un passage séquentiel par le premier état de $^8Be^*(2^+)$. Comme conséquence, on constate expérimentalement que les particules α_1 sont émises isotropiquement (notre travail) .

Résonance de 1,4 MeV

$^{12}C^* = 17,23$ MeV , $J^\pi = 1^-$, $T = 1$, $\Gamma = 1,15$ MeV

La résonance est bien marquée pour la transition γ_o (Go 55 , Se 65) , alors que les émissions α_o et α_1 , bien que n'étant pas interdites, ne présentent pas d'effet résonnant accentué. L'étude des distributions angulaires permet de conclure à une interaction dans un état s pour la voie d'entrée. Indiquons encore à cette énergie l'isotropie de l'émission α_1 . SYMONS et al (Sy 63) signalent toutefois que le faible effet résonnant pour les particules α_o et α_1 entre 1,2 et 1,4 MeV pourrait ne pas être dû à un niveau de ^{12}C correspondant réellement à cette énergie. Ces auteurs attribuent le phénomène à un effet "fantôme" (Ba 62) d'un état de ^{12}C situé au-dessous du seuil $p + ^{11}B$. Le véritable niveau responsable serait ainsi situé à

15,62 MeV dont l'existence est douteuse. LONGEQUEUE (Lo 64) indique cependant que cette hypothèse paraît difficilement envisageable, étant donné qu'il existe une véritable résonance à 1,388 MeV pour la transition γ_o .

Résonance de 1,98 MeV

$^{12}C^*$ = 17,77 MeV , $J^\pi = 0^+$, T = 1 , Γ = 100 keV

Les émissions α_o et α_1 présentent à cette énergie un très faible effet résonnant. La transition γ_o est interdite. Ceci a permis d'attribuer le spin 0^+ à la résonance. Cette valeur a été confirmée récemment par FELDMAN et al (Fe 68) .

Résonance de 2,62 MeV

$^{12}C^*$ = 18,36 MeV , $J^\pi = 3^-$, T = 0 , Γ = 310 keV

La résonance est bien marquée pour les transitions α_o , α_1 , γ_o , γ_1 . La distribution angulaire des particules α_o étudiée par SYMONS et al (Sy 63) montre une parfaite symétrie par rapport à 90° , avec prédominance d'émission vers l'avant et l'arrière. Il en est de même de la distribution angulaire des particules α_1 de manière moins accentuée. La valeur supposée pour le spin a d'abord été 2^+ (De 57 , Sy 63 , Go 55) , puis 3^- (Se 65) . Récemment, cette dernière valeur a été confirmée par les travaux de FLAMANT et al (Fl 67) et de FELDMAN et al (Fe 68) .

Résonance de 3,75 MeV

$^{12}C^*$ = 19,45 MeV , J^π = ? , T = ? , Γ 1,1 MeV

A cette énergie les transitions α_1 et γ_o sont les plus intenses et présentent un effet résonnant très large. L'émission α_o n'est pas interdite, bien que moins marquée que l'émission α_1 . Les distributions angulaires γ_o et α_1 sont isotropes alors qu'il n'en est pas de même pour celles des émissions γ_1 et α_o (Se 65) . Il semble difficile toutefois d'attribuer un niveau unique de ^{12}C à cette résonance (Aj 68) .

II - LE MECANISME D'EMISSION DE PARTICULES α DANS $^{11}B(p, 3\alpha)$

Lorsque des protons sont envoyés sur une cible de ^{11}B, les particules chargées produites peuvent être enregistrées par deux méthodes différentes qui sont :

- l'enregistrement de toutes les particules à l'aide d'un seul détecteur.
- l'enregistrement des particules à l'aide de deux détecteurs reliés à un circuit de coïncidences.

Du point de vue historique, la première méthode est la plus ancienne, et elle a été longtemps utilisée avant que la conception des détecteurs et de l'électronique rapide ne fasse de grands progrès. Actuellement, elle n'est pas abandonnée pour autant, car elle présente l'intérêt de donner assez rapidement une bonne statistique dans les résultats comme nous le verrons par la suite. Cette méthode a cependant l'inconvénient de masquer des paramètres qui prennent une grande importance dans une réaction à trois corps.

Les particules enregistrées de cette manière dans la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$ donnent lieu à un spectre (figure 2), constitué essentiellement d'un pic de haute énergie, correspondant à la transition α_0, et d'une partie très étalée en énergie correspondant à la fois aux particules α_1, ainsi

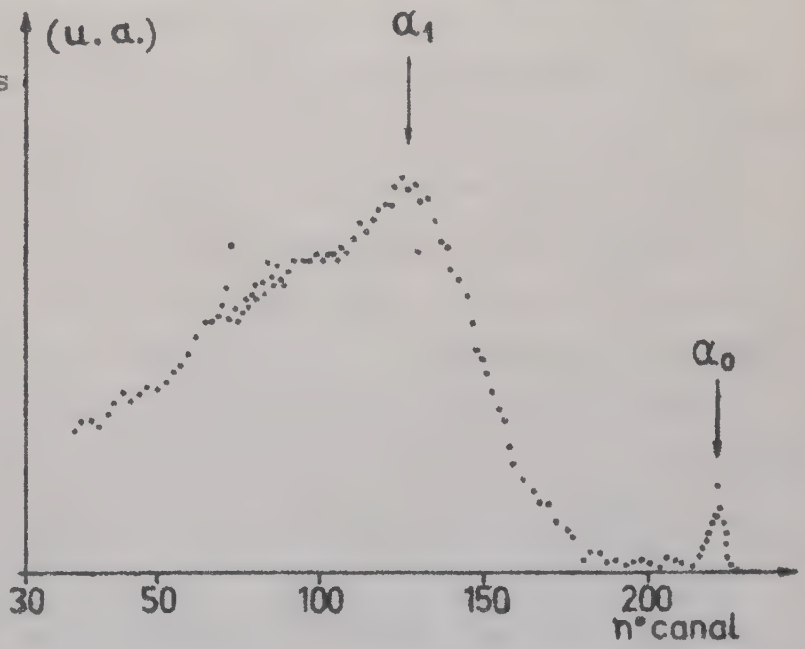


Fig. 2 : Spectre de particules α enregistré par un détecteur dans la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$ à 165 keV.

qu'aux particules α de désintégration en vol du noyau de ^{8}Be . Il peut y avoir aussi contribution dans le spectre du mécanisme d'émission simultanée de trois particules alpha. Nous appellerons ce spectre continu "spectre direct". Sa forme, en fonction de l'énergie des protons, fera l'objet d'une bonne partie de notre étude.

On peut signaler qu'un spectre analogue avait été obtenu selon une technique différente dans la photodésintégration du ^{12}C par des rayonnements gamma ayant une énergie de 17,6 MeV. La partie continue du spectre avait été étudiée plus particulièrement par TELEGDI et al (Te 50 , Te 52) , ainsi que par CHASTEL (Ch 52) .

Une première anomalie avait attiré l'attention de ces auteurs. Cette anomalie provenait d'un déficit de particules α dans la région du spectre continu située entre 2 MeV et 3,5 MeV . Si l'hypothèse de BETHE était valable, la désintégration isotrope du noyau de ^{8}Be en vol aurait dû provoquer un plateau dans cette région du spectre α .

TELEGDI a proposé une explication quantitative de ce phénomène, en supposant un mécanisme de corrélation angulaire entre les particules α_1 , associées au recul du noyau de ^{8}Be dans son premier état excité, et les particules α de désintégration en vol de ce même noyau. Cette hypothèse était basée sur le fait que le premier niveau de ^{8}Be a un spin 2^+ et que le ^{12}C était formé dans un état 1^+ . Cependant, on a montré depuis, notamment dans l'étude de $p + {}^{11}B$ qu'il n'existe pas de niveau 1^+ de ^{12}C correspondant à l'énergie d'excitation obtenue dans cette expérience.

On retrouve d'ailleurs cette anomalie dans le spectre continu obtenu par la voie $p + {}^{11}B$ lorsque l'énergie d'excitation du ^{12}C est la même. Elle existe aussi à une énergie d'excitation plus basse, comme nous le verrons d'après nos résultats expérimentaux. On peut dire d'après notre étude que ce déficit de particules se produit pour le spectre α lors-

que l'énergie des protons varie de 250 keV à 1,5 MeV , en rappelant que dans cet intervalle sont situées, comme nous l'avons vu, les résonances 2^- et 1^- de ^{12}C .

DEARNALEY et al (De 57) ont étudié la forme du même spectre continu aux environs de l'énergie de protons de 500 keV. Ces auteurs ont développé un formalisme permettant de déduire l'expression de corrélation angulaire, analogue à celle étudiée par TELEGDI , à partir de l'étude de forme du spectre. Ils trouvent ainsi une expression empirique de la corrélation angulaire dans le cas de la résonance 2^- du ^{12}C. Leurs résultats seront d'ailleurs retrouvés par d'autres méthodes (Qu 64 , Ma 66) au cours de ce travail. Il faut cependant noter que l'interprétation théorique des quantités expérimentales obtenues par ces auteurs, semble moins probante, étant donné le grand nombre de paramètres mis en jeu.

La deuxième méthode d'enregistrement des particules par la technique des coïncidences a été mise en œuvre pour la première fois, dans le cas de la réaction, par GEER et al (Ge 55) , à l'aide de compteurs à scintillation aux énergies de protons de 163 keV et 290 keV . Leurs résultats sont satisfaisants à 163 keV en supposant un niveau 2^+ de ^{12}C . Il a cependant paru impossible à ces auteurs d'expliquer les résultats obtenus à 290 keV en supposant un état isolé 2^- ou 3^+ de ^{12}C (trainée de la résonance de 675 keV) .

Cette technique d'enregistrement devait rapidement conduire à une meilleure compréhension des réactions à trois corps. L'apport essentiel fut donné par un dépouillement des résultats expérimentaux selon des méthodes nouvelles inspirées des études effectuées par DALITZ (Da 56) à haute énergie. De nouvelles anomalies dans le mécanisme d'émission devaient être ainsi décelées récemment.

La deuxième anomalie est ressortie des travaux de DEHNHARD et al (De 62) qui montrèrent que dans la gamme d'énergies allant de 150 keV

à 190 keV pour les protons incidents, le mécanisme séquentiel dans l'émission α peut être fortement perturbé à la résonance de 163 keV . Ces auteurs expliquèrent le phénomène par la possibilité d'une désintégration compétitive de trois particules α de façon simultanée et d'énergies sensiblement égales (De 65). Cela se traduisait dans leur expérience par une population importante en évènements au centre du diagramme de DALITZ.

Une troisième anomalie fut indiquée par BRONSON et al (Br 65) dans une étude très détaillée de la réaction selon la même technique, à plus haute énergie (de 2 à 5,64 MeV) . Cette anomalie fut reprise et discutée par PHILLIPS (Ph 65) dans une synthèse des travaux effectués par le groupe de RICE. PHILLIPS a montré que le fait d'enregistrer deux particules indiscernables en coïncidence (pouvant être α_1 et l'une des deux particules alpha de désintégration en vol de ^{8}Be) introduisait, dans certaines conditions, un phénomène d'interférences. D'où la possibilité d'effets constructifs ou destructifs dans les régions du diagramme de DALITZ où se produisent ces phénomènes. Selon PHILLIPS , ces effets peuvent être à l'origine d'une forte modification apparente de la largeur du premier état excité de ^{8}Be déduite de ces mesures.

Enfin, une quatrième anomalie a été mise en évidence par MARQUEZ et al (Ma 67) pour l'émission α à l'énergie des projectiles de 7,18 MeV. Ces auteurs ont montré que le fait d'enregistrer deux particules α en coïncidence, ayant chacune la moitié de l'énergie totale disponible, pouvait être interdit dans certaines conditions, en particulier à 7,18 MeV. Ce cas d'émission conduit en effet à laisser au repos la troisième particule émise dont le moment angulaire relatif est nul. Lorsque le spin de la résonance de ^{12}C atteinte est impair et de parité naturelle, la plus petite valeur permise pour le moment angulaire de la troisième particule n'est pas nulle, ce qui rend impossible l'émission citée ci-dessus. Selon MARQUEZ , cette explication du phénomène peut rejoindre l'explication de PHILLIPS

relative aux effets d'interférences destructifs.

FLAMANT et al (Fl 67), ayant constaté qu'une telle interdiction se produisait à 2,62 MeV, ont déduit que le spin de cette résonance ne pouvait pas avoir la valeur 2^+ mais la valeur 3^- conformément à l'hypothèse de SEGEL et al (Se 65) .

Il est donc bien établi, d'après les travaux effectués sur $^{11}B(p,3\alpha)$, que le mécanisme d'émission α dépend fortement de l'identité des résonances de ^{12}C alimentées. Il en résulte que ce mécanisme peut être différent d'une énergie de protons à l'autre. Il nous a paru intéressant de considérer l'ensemble des anomalies provoquées par ce manque de reproductivité en nous efforçant de les expliquer à partir d'une même hypothèse. Dans un premier chapitre, nous déduisons les expressions correspondant aux spectres enregistrés dans nos expériences. Le second chapitre est consacré essentiellement à l'évaluation de l'élément de matrice de transition de la réaction dont on doit tenir compte pour les calculs théoriques de formes de spectres . Cette évaluation est faite par étapes, selon l'ordre chronologique de nos recherches, pour aboutir à un formalisme plus général. Ce formalisme permet, d'une part d'expliquer tous les résultats expérimentaux, d'autre part, de retrouver des conditions limites déduites par d'autres méthodes (Al 61 , Ze 64 , Sk 64 , Ma 65) sur le diagramme de DALITZ. Dans le dernier chapitre, nous décrivons enfin les deux sortes d'expériences effectuées avec l'interprétation théorique des résultats.

CHAPITRE PREMIER

ETUDE THEORIQUE D'UNE REACTION PRODUISANT TROIS PARTICULES DANS L'ETAT FINAL

Nous décrivons dans la première partie de ce chapitre la cinématique de la réaction. La seconde partie est consacrée à la probabilité de transition et à la déduction des quantités théoriques correspondant aux résultats expérimentaux. La derniere partie comporte un aperçu théorique sur les diverses évaluations de l'élément de matrice de transition.

A - CINEMATIQUE DE LA REACTION $A_1 + A_2 \longrightarrow m_1 + m_2 + m_3 + Q$

I - Calcul des énergies dans le systeme du centre de masse de $A_1 + A_2$

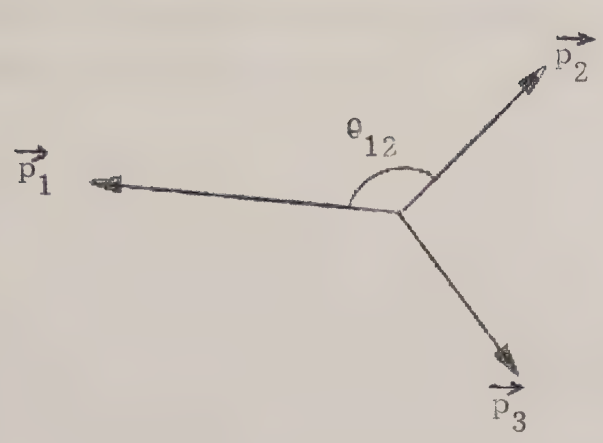
Le projectile A_1 ayant l'énergie cinétique E_o et l'impulsion $\overrightarrow{P_o}$ dans le systeme du laboratoire, fournit dans le système du centre de masse de $A_1 + A_2$ l'énergie :

$$\varepsilon = A_2 \cdot E_o / (A_1 + A_2)$$

L'énergie totale disponible pour la réaction est ainsi :

$$H = Q + \varepsilon$$

Les trois particules m_1 , m_2 , m_3 ont des impulsions $\overrightarrow{p_1}$, $\overrightarrow{p_2}$, $\overrightarrow{p_3}$ et des énergies cinétiques ε_1 , ε_2 , ε_3 . Les lois de conser-



vation d'énergies et d'impulsions permettent d'écrire, par exemple, les relations entre les paramètres cinématiques des particules m_1 et m_2 :

1) $$\varepsilon_1(1+m_1/m_3)+\varepsilon_2(1+m_2/m_3)+2/m_3\cdot(m_1 m_2 \varepsilon_1 \varepsilon_2)^{1/2}\cos\theta_{12} = H$$

En introduisant les relations du type $2 m_i \varepsilon_i = p_i^2$:

2) $$p_1^2(1+m_1/m_3)+p_2^2(1+m_2/m_3)+2 p_1 p_2 \cos\theta_{12} = 2 m_3 H$$

Dans le cas particulier de la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$ et dans l'approximation $m_1 = m_2 = m_3 = 4$ u.m.a., la relation 2) s'écrit :

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^{1/2} \cos\theta_{12} = H/2$$

Si l'on tire ε_2 de cette dernière relation, il vient :

3) $$\varepsilon_2 = 1/2\left\{H + \varepsilon_1(\cos^2\theta_{12} - 2) \pm \cos\theta_{12}\ \varepsilon_1^{1/2}\left[2H + \varepsilon_1(\cos^2\theta_{12} - 4)\right]^{1/2}\right\}$$

Cette expression lie les énergies ε_1 et ε_2 de deux particules pour un angle relatif d'émission θ_{12}. La troisième énergie se déduit par :

$$\varepsilon_3 = H - \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

On peut constater que pour ε_1 fixe, il y a une infinité de valeurs ε_2 possibles lorsque l'angle θ_{12} varie. Les limites de ε_2 sont données par les expressions :

$$4) \qquad \varepsilon_{2\,\min}^{\max} = 1/2 \left[H - \varepsilon_1 \pm \sqrt{\varepsilon_1 (2\,H - 3\,\varepsilon_1)} \right]$$

Ces valeurs sont obtenues respectivement pour les angles limites $\theta_{12} = \pi$ et 0, lorsque $0 \leqslant \varepsilon_1 \leqslant H/2$; et pour $\theta_{12} = \pi$ lorsque $H/2 \leqslant \varepsilon_1 \leqslant 2\,H/3$.

Graphiquement, la relation 3) conduit à une famille d'ellipses. La surface délimitée par le contour $\theta_{12} = \pi$, 0 prend le nom de Diagramme de DALITZ (représentation standard). Tout évènement issu de la réaction à trois corps est donc représenté par un point sur ce diagramme, à l'intérieur du contour, de coordonnées ε_1 , ε_2 . La figure 3 représente ce

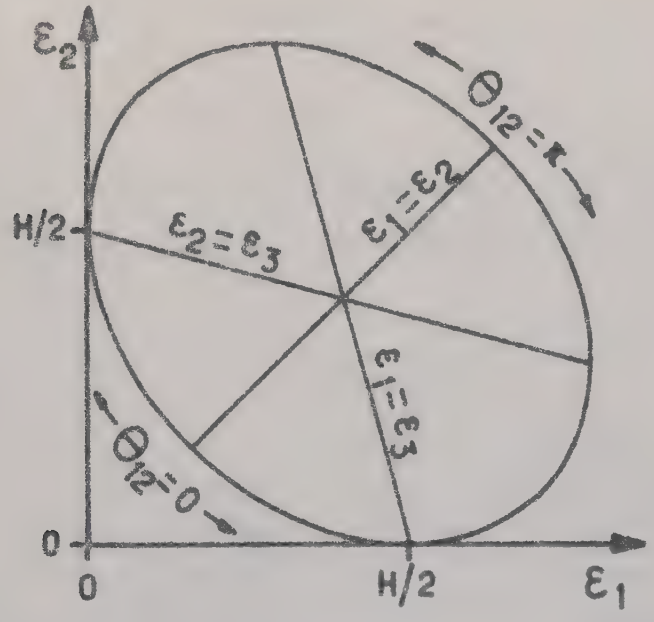


Fig. 3 : Diagramme de DALITZ
pour une réaction à trois particules identiques se partageant l'énergie totale $H = Q + \varepsilon$ dans leur système du centre de masse.

diagramme sur lequel ont été portés les lieux correspondant à deux énergies égales. On peut constater que le centre représente le cas où les trois énergies des particules émises sont égales et que le contour est le lieu des cas d'émission colinéaire.

II - Calcul des énergies lorsqu'on introduit le système de référence de deux particules

Ce cas de calcul peut toujours être introduit fictivement dans le cas général d'une réaction à trois corps. Il est particulièrement utile dans le cas d'une interaction à deux particules dans l'état final, du type : $m_{12}^* = m_1 + m_2$.

Dans ce cas, la réaction s'écrit :

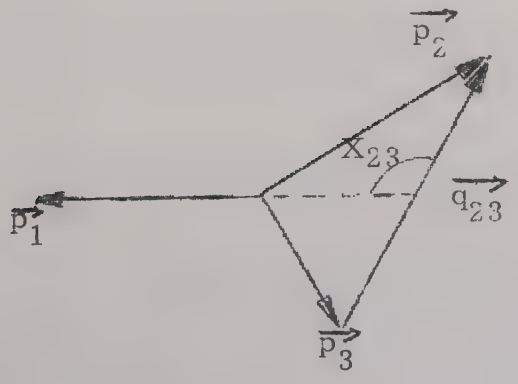
$$A_1 + A_2 \longrightarrow m_1 + m_{23}^* + Q_1$$

$$m_{23}^* \longrightarrow m_2 + m_3 + Q_2$$

C'est une réaction en deux étapes.

Appelons H_1 l'énergie cinétique du système $m_1 + m_{23}^*$ et ε_{23} l'énergie cinétique disponible dans le système m_{23}^* au repos. Dans ce cas, on a :

$$H = H_1 + \varepsilon_{23}$$



Posons $\cos^2\alpha = H_1/H$ et $\sin^2\alpha = \varepsilon_{23}/H$. Dans ces conditions, les conservations d'énergies et d'impulsions dans les deux systèmes permettent d'aboutir

à de nouvelles expressions pour ε_1 et ε_2 . Soit X_{23} l'angle du vecteur $\overrightarrow{q_{23}} = \overrightarrow{p_2} - \overrightarrow{p_3}$ avec le vecteur $\overrightarrow{p_1}$:

$$X_{23} = (\overrightarrow{q_{23}} , \overrightarrow{p_1})$$

On obtient, en posant $m = m_1 + m_2 + m_3$ les relations :

$$\varepsilon_1 = (m_2 + m_3)/m \cdot H \cos^2 \alpha$$

et

5) $$\varepsilon_2 = H/(m_2+m_3) \cdot \left[m_3 \sin^2\alpha + m_1 m_2 \cos^2 \alpha /m - 2 (m_1 m_2 m_3/m)^{1/2} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \cos X_{23} \right]$$

Dans le cas de $^{11}B(p, 3\alpha)$, il vient :

6) $$\varepsilon_1 = 2 H_1/3$$

7) $$\varepsilon_2 = 1/2 \left[H - \varepsilon_1 - \sqrt{\varepsilon_1(2 H - 3 \varepsilon_1)} \cos X_{23} \right]$$

Remarques sur les deux formes de calcul dans le cas de la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$

On peut tout d'abord faire apparaître, par permutation circulaire, tous les angles intervenant dans le calcul.

Dans le premier cas, on a :

8) $$\cos \theta_{ij} = (H/2 - \varepsilon_i - \varepsilon_j) / \sqrt{\varepsilon_i \varepsilon_j} = (\varepsilon_k - H/2) / \sqrt{\varepsilon_i \varepsilon_j}$$

i , j , k prennent les valeurs 1 , 2 , 3 respectivement. Les angles θ_{ki}

et θ_{jk} sont obtenus par permutation circulaire.

Dans le second cas, on a :

9) $$\cos X_{ij} = (H-\varepsilon_k-2\varepsilon_i)/\sqrt{\varepsilon_k(2H-3\varepsilon_k)} = (\varepsilon_j-\varepsilon_i)/\sqrt{\varepsilon_k(2H-3\varepsilon_k)}$$

Si l'on compare les expressions 3) et 7) , on peut voir que lorsque $\theta_{ij} = \pi$ ou 0 , $X_{jk} = \pi$ ou 0 .

Ces cas limites se produisent simultanément car la conservation d'impulsions impose que lorsque deux particules sont émises colinéairement, la troisième doit l'être aussi nécessairement. On peut constater d'autre part que si deux énergies ε_j et ε_k sont égales, l'angle X_{jk} vaut $\pi/2$.

III - Calcul des énergies dans le système de référence du laboratoire

L'énergie qui se trouve disponible dans ce système, lorsque se produit la réaction, est égale à $Q + E_o$.

Si $\overrightarrow{P_j}$ représente l'impulsion de la particule m_j émise dans le système de référence du laboratoire et E_j son énergie, les lois de conservations d'énergies et d'impulsions conduisent à la relation scalaire :

10) $$(1+m_3/m_1)P_1^2+(1+m_3/m_2)P_2^2+2P_1P_2\cos\psi_{12}-2P_1P_o\cos\psi_1 - 2P_2P_o\cos\psi_2+P_o^2-2m_3(Q+E_o) = 0$$

En faisant apparaître les énergies E_1 et E_2 dans le cas où les trois masses sont égales, il vient :

11) $$2E_1+2E_2+2\sqrt{E_1E_2}\cos\psi_{12}-\sqrt{E_1E_o}\cos\psi_1-\sqrt{E_2E_o}\cos\psi_2-(Q+3E_o/4) = 0$$

Dans les relations 10) et 11), ψ_1 et ψ_2 sont les angles des directions $\overrightarrow{P_1}$ et $\overrightarrow{P_2}$ en coordonnées sphériques par rapport à la direction du faisceau. Φ_1 et Φ_2 sont les angles azimutaux correspondants.

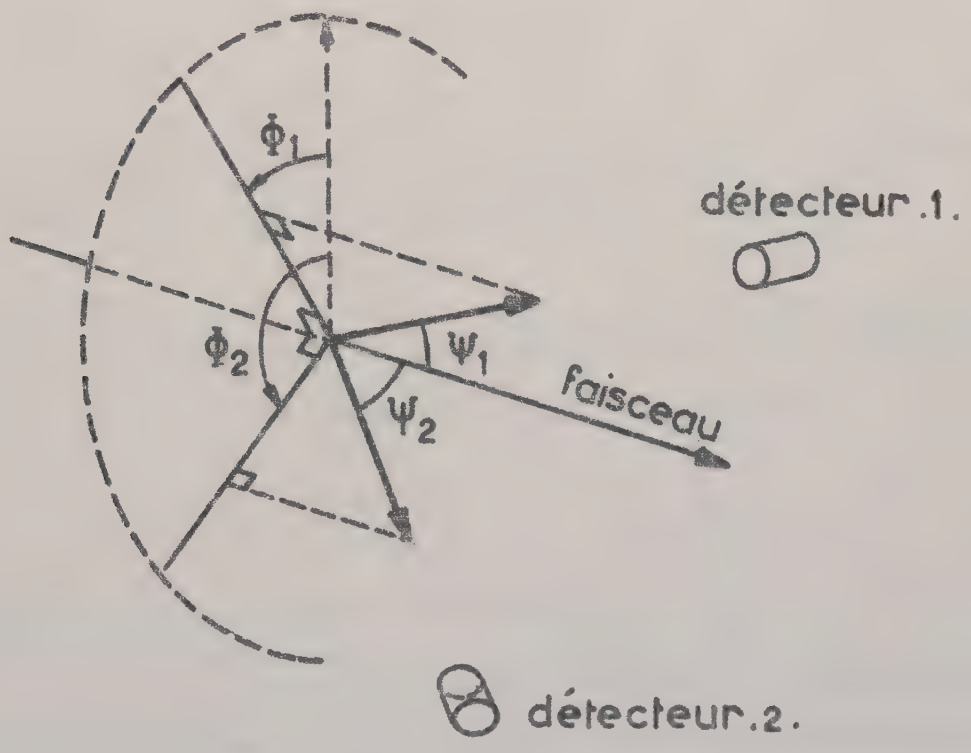


Fig. 4 : Représentation dans l'espace des vecteurs $\overrightarrow{P_1}$ et $\overrightarrow{P_2}$ des particules m_1 et m_2 émises dans le système du laboratoire.

On a de plus :

$$\cos \psi_{12} = \cos \psi_1 \cos \psi_2 + \sin \psi_1 \sin \psi_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2)$$

Lorsque $\overrightarrow{P_1}$, $\overrightarrow{P_2}$ et le faisceau forment un même plan :

$$\psi_{12} = \psi_1 \pm \psi_2$$

La relation 11) sera utilisée par ailleurs dans le cas d'étude de coïncidences entre deux compteurs placés à des positions angulaires (ψ_1 , Φ_1) et (ψ_2 , Φ_2) selon les notations de la figure 4 .

B - ETUDE DE LA TRANSITION CONDUISANT A TROIS PARTICULES

Proposons nous d'étudier la réaction :

$$A_1 + A_2 \longrightarrow (C) \longrightarrow m_1 + m_2 + m_3 + Q$$

dans le système du centre de masse de $A_1 + A_2$.

Considérons que l'état initial de la réaction citée ci-dessus caractérise le système $A_1 + A_2$ tandis que l'état final décrit le système $m_1 + m_2 + m_3$. Dans ces conditions, la probabilité de transition est reliée directement à la section efficace de la réaction. Supposons maintenant que dans la réaction se forme le noyau composé C dans un état bien défini et isolé. En considérant que l'état initial est relatif à l'état dans lequel est formé le noyau C et que l'état final caractérise le système $m_1 + m_2 + m_3$, on peut définir la probabilité de transformation spontanée pour la transition

$$C \longrightarrow m_1 + m_2 + m_3$$

Ce dernier cas permet d'ignorer les effets de la voie d'entrée si l'on suppose que le noyau C n'est pas polarisé.

Les travaux effectués sur la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$ semblent montrer, comme nous l'avons vu, que le noyau composé de ^{12}C joue un rôle dans le mécanisme d'émission α . Ce rôle est différent d'une résonance à l'autre sans qu'il y ait de fortes variations dans les distributions angulaires α_1 . Le phénomène se rapproche donc du dernier cas envisagé que nous considérerons en détail.

I - L'espace des phases relatif à trois particules

La définition de l'espace des phases relatif à une particule peut être transposé au cas de trois particules. Dans l'hypothèse non relativiste, chaque particule m_j peut être caractérisée par son impulsion $\overrightarrow{q_j}$ et sa position $\overrightarrow{x_j}$. Lorsque le système évolue, ces paramètres deviennent

$$\overrightarrow{q_j} + \overrightarrow{dq_j} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{x_j} + \overrightarrow{dx_j}$$

Soient respectivement E , $\overrightarrow{P}$ et V l'énergie totale, l'impulsion totale et le volume géométrique relatifs au système de trois particules considéré. Toute variation de ces quantités conduit à définir l'élément de volume d'espace des phases à trois corps :

$$d\rho = \prod_{j=1}^{j=3} d^3\overrightarrow{q_j}\, d^3\overrightarrow{x_j}$$

Afin d'exprimer cette quantité en fonction de paramètres indépendants, il est nécessaire d'introduire les conservations d'énergies et d'impulsions. Les lois de conservations exprimées dans un système indépendant du système du laboratoire ou du système du centre de masse conduisent à la relation générale, analogue à l'expression 10) :

$$12) \quad (1+m_3/m_1)q_1^2 + (1+m_3/m_2)q_2^2 + 2\,q_1 q_2 \cos\xi_{12} - 2\,q_1 P\cos\xi_1 -$$

$$- 2\,q_2 P\cos\xi_2 + P^2 - 2m_3 E = 0$$

On peut retrouver les expressions déjà calculées précédemment dans le système du centre de masse de $A_1 + A_2$ et dans le système du laboratoire.

Dans ces deux systèmes, on a respectivement :

$$\vec{P} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \vec{p_3} \qquad \text{et} \qquad E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{P_3} \qquad E = E_1 + E_2 + E_3$$

Si l'on impose que le système se trouve essentiellement au cours de toute évolution dans l'état d'impulsion $\vec{P_X}$ et d'énergie E_X, on peut introduire les fonctions de distribution

$$\partial^3(\vec{P} - \vec{P_X}) \text{ et } \partial(E - E_X)$$

Ceci est le cas de la réaction dans laquelle on peut considérer, lorsqu'on étudie l'émission α, que la résolution en énergie du faisceau est excellente ainsi que sa géométrie. Aussi, peut-on écrire :

<u>dans le système du laboratoire</u> $\quad \vec{P_X} = \vec{P_o}$ et $E_X = Q + E_o$

<u>dans le système du centre de masse</u> $\quad \vec{P_X} = 0$ et $E_X = H$

Il en résulte que du point de vue cinématique tout se passe comme si l'on a uniquement : $\vec{P} = \vec{P_X}$ et $E = E_X$.

Dans le système du centre de masse, la relation générale 12) devient ainsi la relation 2) avec les valeurs $\vec{P} = \vec{P_X} = 0$;

$E = E_X = H$; $\vec{q_1} = \vec{p_1}$; $\vec{q_2} = \vec{p_2}$; $\xi_{12} = \theta_{12}$.

Dans le système du laboratoire, la relation 12) donne la relation 10) lorsqu'on introduit les valeurs : $\vec{P} = \vec{P_X} = \vec{P_o}$;

$E = E_X = Q + E_o$; $\vec{q_1} = \vec{r_1}$; $\vec{q_2} = \vec{r_2}$; $\xi_{12} = \psi_{12}$; $\xi_1 = \psi_1$; $\xi_2 = \psi_2$.

L'élément de volume d'espace des phases peut s'écrire, en tenant compte des fonctions de distribution :

$$13) \quad d\rho = \prod_{j=1}^{j=3} d^3\vec{q_j}\, d^3\vec{x_j}\; \partial^3(\vec{P}-\vec{P_X})\; \partial(E-E_X)$$

Dans le système du centre de masse, il devient :

$$d\rho = \prod_{j=1}^{j=3} d^3\vec{p_j}\, d^3\vec{r_j}\; \partial^3(\vec{p_1}+\vec{p_2}+\vec{p_3})\; \partial\,(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3-H)$$

tandis que dans le système du laboratoire :

$$d\rho = \prod_{j=1}^{j=3} d^3\vec{P_j}\, d^3\vec{R_j}\; \partial^3(\vec{P_1}+\vec{P_2}+\vec{P_3}-\vec{P_o})\; \partial\,(E_1+E_2+E_3-Q-E_o)$$

Remarque : Les calculs ont été effectués dans l'approximation $\varepsilon_j = p_j^2/2m_j$.

Dans tout calcul relativiste, l'élément de volume d'espace des phases invariant dans une transformation de LORENTZ doit s'écrire :

$$dR \propto \prod_{j=1}^{j=3} d^3\vec{q_j}\, d^3\vec{x_j} / 2\varepsilon_j \cdot \quad \partial^3(\vec{P}-\vec{P_X})\; \partial\,(E-E_X)$$

II - Probabilité de transition

La probabilité partielle de transition par unité de temps d'un état initial $|\, i \,\rangle$ à un état final $|\, f \,\rangle$ pour un système dont l'hamiltonien H est soumis à une perturbation H' indépendante du temps est

donnée par (Sc 55 , Ne 66) :

$$d\sigma = K\left|\langle f\left|H'\right|i\rangle\right|^2 d\rho' = K\left|A\right|^2 d\rho'$$

$A = \langle f|H'|i\rangle$ est l'élément de matrice de transition.

$d\rho'$ est la quantité de l'élément de volume d'espace des phases qui contient uniquement les termes en impulsions :

$$d\rho' = d^3\vec{q_1}\, d^3\vec{q_2}\, d^3\vec{q_3}\, \partial^3(\vec{P}-\vec{P_X})\, \partial(E-E_X)$$

On peut considérer en effet, dans une expérience où l'on enregistre les impulsions et les énergies des particules, que la partie spatiale de l'élément de volume d'espace des phases est une constante (introduite partiellement dans K) .

On peut supposer maintenant que $|A|^2$ ne dépend plus que des impulsions et des énergies des particules émises.

Posons $|A|^2 = F(\vec{q_j}, \varepsilon_j)$ j prenant les valeurs 1, 2, 3.

III - Détermination des expressions permettant le calcul des formes de spectres experimentaux

a) Définition du spectre direct des particules m_1 dans le système du centre de masse de $A_1 + A_2$:

Considérons un détecteur placé virtuellement dans le système du centre de masse. Le nombre d'évènements enregistrés par ce détecteur par unité d'énergie des particules m_1 est :

$$s \propto d\sigma / d\varepsilon_1$$

Si le détecteur a un angle solide infiniment petit, on peut

définir le nombre d'évènements enregistrés par unité d'énergie et unité d'angle solide :

$$S = d^2\sigma / d\varepsilon_1 \, d\omega_1$$

Cette quantité peut être reliée au mécanisme de la réaction en intégrant partiellement la probabilité de transition définie plus haut dans le système du centre de masse :

$$d\sigma \propto F(\vec{p_j}, \varepsilon_j) \, \partial (E - H) \, \partial^3(\vec{P}) \, d^3\vec{p_1} \, d^3\vec{p_2} \, d^3\vec{p_3}$$

Intégrons cette expression sur $\vec{P}$ en tenant compte des relations :

$$d^3\vec{p_3} = d^3\vec{P} \quad \text{et} \quad \int_{\vec{P}} F(\vec{p_j}, \varepsilon_j) \, \partial^3(\vec{P}) \, d^3\vec{P} = F(\vec{p_j}, \varepsilon_j)$$

lorsque $\vec{P} = 0$, c'est à dire pour $\sum_j \vec{p_j} = 0$.

Après intégration, il vient :

$$d\sigma \propto F(\vec{p_j}, \varepsilon_j) \, d^3\vec{p_1} \, d^3\vec{p_2} \, \partial (E - H)$$

Si l'on évalue les éléments de volume en coordonnées sphériques, il vient :

$$d^3\vec{p_1} = p_1^2 \, dp_1 \, d\omega_1 \quad \text{et} \quad d^3\vec{p_2} = p_2^2 \, dp_2 \, d\omega_2$$

Etant donné que $m_1 \, d\varepsilon_1 = p_1 dp_1$ et $m_2 d\varepsilon_2 = p_2 dp_2$, on peut écrire :

$$d^3\sigma / d\varepsilon_1 \, d\omega_1 \, d\varepsilon_2 \propto m_1 m_2 \int_{\omega_2} F(\vec{p_j}, \varepsilon_j) \, \partial (E - H) \, p_1 p_2 d\omega_2$$

L'évaluation de $d\omega_2$ se fait aisément à partir de l'expression 2). On doit en effet intégrer sur l'angle solide ω_2 laissant les énergies ε_1 et ε_2 constantes. La dérivation dans 2) de θ_{12} par rapport à $E = H$ donne donc :

$$p_1\, p_2\, d\omega_2 \;=\; -\, p_1\, p_2\, d(\cos\theta_{12})\, d\varphi \;=\; -\, m_3\, dE\, d\varphi$$

Par suite :

$$d^3\sigma \,/\, d\varepsilon_1\, d\omega_1\, d\varepsilon_2 = -\, m_1\, m_2\, m_3 \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\infty} F(\vec{p_j}, \varepsilon_j)\; \partial(E - H)\, dE \right] d\varphi$$

Soit :

$$d^3\sigma \,/ d\varepsilon_1\, d\omega_1\, d\varepsilon_2 \propto 2\pi\; F(\vec{p_j},\, \varepsilon_j) \qquad \text{pour } E = H \text{ , c'est à dire}$$

pour $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = H$.

Il vient en définitive pour le spectre direct :

14) $$\boxed{S = d^2\sigma \,/\, d\varepsilon_1\, d\omega_1 \propto \int_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}} |A|^2\, d\varepsilon_2}$$

ε_{2M} et ε_{2m} sont déduits de l'expression 7) pour $X_{23} = \pi$ et 0 .

b) <u>Définition des spectres déduits de l'enregistrement en coïncidences</u>

Deux compteurs placés dans le système du laboratoire à des positions angulaires $(\psi_1\,,\, \Phi_1)$ et $(\psi_2\,,\, \Phi_2)$ par rapport à la direction du faisceau incident permettent d'enregistrer un évènement lorsqu'il y a coïncidence dans la détection des deux compteurs. Le nombre de coïnci-

dences dépend de l'ouverture angulaire des compteurs et des énergies des particules enregistrées. Appelons $N(E_1, E_2)$ cette quantité.

$$N(E_1, E_2) = d^4\sigma / dW_1\, dW_2\, dE_1\, dE_2$$

Il est commode d'intégrer cette quantité sur l'une des deux énergies E_1 ou E_2 comme nous le verrons plus loin dans le dépouillement des résultats expérimentaux .

Proposons nous de calculer la quantité :

$$S_1 = d^3\sigma / dW_1\, dW_2\, dE_1$$ à partir de l'expression de la probabilité de transition dans le système du laboratoire .

On a :

$$d\sigma \propto F(\vec{P_j}, E_j)\, \delta(E-Q-E_o)\, \delta^3(\vec{P}-\vec{P_o})\, d^3\vec{P_1}\, d^3\vec{P_2}\, d^3\vec{P_3}$$

Intégrons sur $\vec{P}$ en remarquant que $d^3\vec{P_3} = d^3\vec{P}$; il vient ainsi :

$$d\sigma \propto F(\vec{P_j}, E_j)\, d^3\vec{P_1}\, d^3\vec{P_2}\, \delta(E-Q-E_o)$$

pour $\vec{P} = \vec{P_o} = \vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{P_3}$.

On peut écrire encore :

$$d^3\vec{P_1}\, d^3\vec{P_2} = P_1^{\,2}\, dP_1\, dW_1\, P_2^{\,2}\, dP_2\, dW_2$$

Par suite :

$$d^3\sigma / dW_1\, dW_2\, dE_1 = m_1 \int F(\vec{P_j}, E_j)\, \delta(E-Q-E_o) P_1 P_2^{\,2}\, dP_2$$

On calcule facilement $P_2\, dP_2$ à partir de l'expression 10) en dérivant par rapport à $E = Q + E_o$. Soit :

$$P_2\, dP_2 = m_3\, dE \,/\, \left[1 + m_3/m_2 + P_1/P_2 \cdot \cos \psi_{12} - P_o/P_2 \cdot \cos \psi_2\right]$$

En intégrant sur E, on déduit, en vertu des propriétés des fonctions ∂ :

15) $$\boxed{S_1 = d^3\sigma \,/\, dW_1\, dW_2\, dE_1 = J \cdot |A|^2}$$

avec $J = P_1 P_2 / \left[1 + m_3/m_2 + P_1/P_2 \cdot \cos \psi_{12} - P_o/P_2 \cdot \cos \psi_2\right]$

IV - Diagramme de Dalitz

Nous avons défini dans le paragraphe de cinématique le contour du diagramme de Dalitz à partir des énergies ε_1 et ε_2. Il est intéressant de mettre en évidence une troisième dimension de ce diagramme qui est sa population en évènements de coordonnées ε_1 et ε_2.

Cette population s'écrit par unité de surface du diagramme :

$$D = d^2\sigma \,/\, d\varepsilon_1\, d\varepsilon_2 = \int_{\omega_1} |A|^2\, d\omega_1$$

soit

$$\boxed{D \propto |A|^2 = F(\vec{p_j}, \varepsilon_j)}$$

(Dans cette expression j vaut 1, 2, 3 et les conservations d'énergies et d'impulsions sont introduites).

On peut ainsi remarquer que la densité en évènements sur le diagramme de DALITZ est directement liée au carré du module de l'élément de matrice de transition. L'examen de tels diagrammes est donc d'une grande importance théorique puisqu'on peut tirer directement, des résultats expérimentaux, des informations sur l'élément de matrice.

C - CONSIDERATIONS SUR LE CALCUL DE L'ELEMENT DE MATRICE

I - Indiscernabilité des particules

Les calculs précédents ont été effectués en supposant que les trois particules m_1 , m_2 , m_3 étaient discernables.

On peut noter que ce n'est pas le cas dans la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$. L'élément de matrice doit alors rendre compte de ces phénomènes d'indiscernabilité en étant symétrique par rapport à l'échange de toutes les particules. Si m_{ijk} représente l'élément de matrice correspondant à trois particules i , j , k discernables, l'élément de matrice total doit s'écrire dans le cas où elles ne sont plus discernables :

$$A = m_{123} + m_{231} + m_{312} + m_{132} + m_{213} + m_{321}$$

Il en résulte que des phénomènes d'interférences vont se produire sur un diagramme de DALITZ déduit d'une expérience où les particules sont indiscernables. On a vu, en effet, que la densité d'un tel diagramme est proportionnelle au carré du module de l'élément de matrice total A.

Avant de décrire plus précisément ces phénomènes, nous exposons ci-dessous les diverses hypothèses qui peuvent être faites dans l'évaluation de l'élément de matrice partiel m_{ijk} .

II - Hypothèse statistique de la désintégration à trois corps

Dans l'hypothèse statistique, tous les éléments de volume d'espace des phases sont occupés de façon également probable . Il en résulte que sur un diagramme de DALITZ une réaction à trois corps procédant par un tel mécanisme conduira à une densité de population uniforme. L'élément de matrice est dans ce cas constant, et l'on peut écrire :

$$d\sigma \propto d\varepsilon_1 \, d\varepsilon_2$$

Ce cas très simple ne se manifeste qu'assez rarement expérimentalement. Il se vérifie plus fréquemment lorsque le nombre de particules mises en jeu dans une désintégration augmente. Souvent, les effets de spins et parités ainsi que la nature des particules jouent un grand rôle pour modifier un tel mécanisme. Il y a de surcroît, très souvent, interactions dans l'état final entre deux particules. Ce dernier phénomène, lorsqu'il a lieu, modifie totalement le mode de désintégration.

III - Effets d'interactions dans l'état final - Phénomènes d'interférences

Les manifestations expérimentales des effets d'interactions dans l'état final ont été mises en évidence depuis de nombreuses années pour des désintégrations aussi bien à basse énergie qu'à haute énergie.

L'un des premiers mécanismes séquentiels a été expliqué en particulier dans la photodésintégration du ^{12}C par DEE et al (De 36) où la formation d'un noyau de ^{8}Be intermédiaire a été mise en évidence. De nombreuses autres réactions de basse énergie ont montré, en particulier avec des noyaux légers, l'intervention de tels phénomènes. A haute énergie, diverses résonances à deux particules ont été découvertes, montrant ainsi la grande "affinité" des désintégrations à trois corps, ou plus, pour les mécanismes séquentiels. On peut citer parmi les premières

résonances découvertes celle de Y_1^* dans la réaction

$$K^- + p \longrightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^-$$

par ALSTON et al (Al 60) . Ces interactions dans l'état final ont fait l'objet d'autre part d'études théoriques, notamment par WATSON (Wa 52) et DALITZ (Da 56).

Ce dernier auteur a développé une méthode originale et fructueuse d'exploitation des résultats expérimentaux relative aux diagrammes en énergies qui portent son nom.

La notion d'interaction dans l'état final entre deux particules prend dans ce cas, sous l'angle expérimental, une forme très simple, puisqu'elle conduit sur un diagramme de DALITZ à l'apparition de régions fortement peuplées en évènements. Ainsi, si l'on considère la désintégration $C \longrightarrow m_1 + m_2 + m_3$ dans laquelle apparaît le système m_{23}^*, dans un état quantique bien défini, les particules m_1 associées seront toutes sensiblement portées par leur énergie dans une région bien définie du diagramme. Cette région peut être schématisée par une bande hachurée sur un diagramme théorique. Si toutes les particules sont identiques il faut alors envisager toutes les interactions du type m_{ij}^*, m_{jk}^*, etc... Sur le diagramme apparaîtront alors plusieurs bandes théoriques. Comme exemple, supposons que la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$ soit traduite par le mécanisme séquentiel :

$$^{12}C^* \longrightarrow \alpha_1 + {}^8Be^* \text{ (1er état excité)}$$

$$^8Be^* \longrightarrow 2\,\alpha$$

On voit que le recul du noyau de $^8Be^*$ dans son premier état excité, dont la largeur introduira une certaine dispersion en énergie,

imposera que les particules α_1 auront toutes des énergies sensiblement égales.

Si ε_1 représente l'énergie des particules α_1, on aura sur le diagramme de DALITZ l'ensemble des points représentant cette désintégration placés essentiellement sur la droite $\varepsilon_1 = Cte$. Du fait de la largeur du niveau de ^8Be, une telle droite devient une bande hachurée théorique. La figure 5 représente le cas de la désintégration considérée. Trois bandes sont portées, puisqu'il est impossible de dire quelle est la particule α_1 sur les trois particules considérées.

- Les phénomènes d'interférences ont une explication simple en considérant à nouveau le diagramme porté figure 5. Si l'on écrit l'élément de matrice m_{ijk} sous la forme $m_{i,jk}$ pour montrer le phénomène d'interaction entre les deux particules j et k, l'élément de matrice total pour les trois particules indiscernables s'écrira :

$$A = m_{i,jk} + m_{j,ki} + m_{k,ji} + m_{i,kj} + m_{j,ik} + m_{k,ij}$$

Le fait de prendre le module de cette quantité conduira à des termes carrés, représentant essentiellement les densités des bandes théoriques, et à des termes croisés qui prendront leur plus grande amplitude aux recouvrements des bandes théoriques. Ces amplitudes pourront être d'ailleurs à effets constructifs ou destructifs.

IV - Effets de spins et de parités dans une désintégration du type $C \longrightarrow m_1 + m_2 + m_3 -$

Des travaux théoriques ont été effectués récemment pour étudier le comportement limite de l'élément de matrice en fonction de considérations sur les règles de sélection relatives aux spins et aux parités

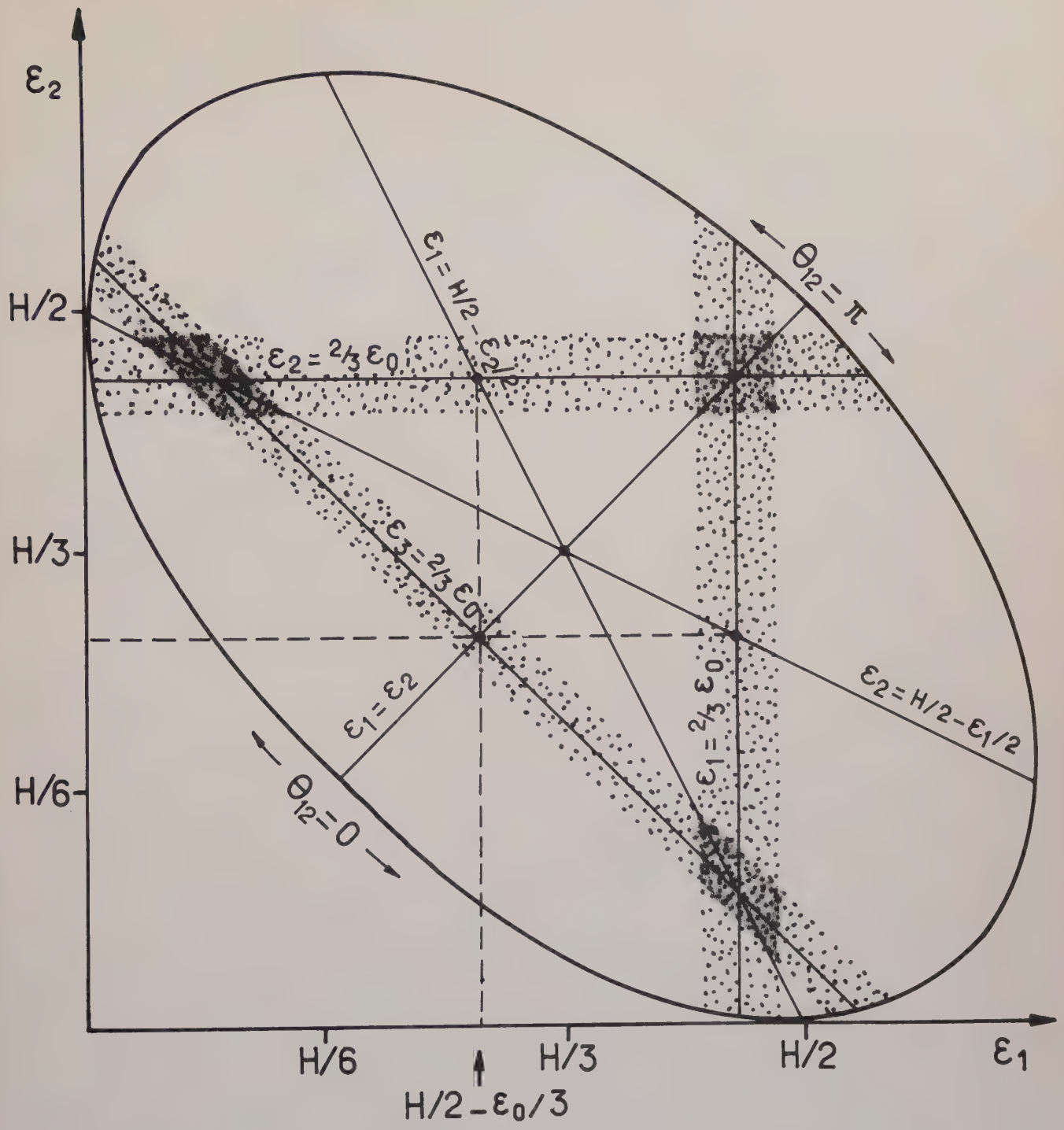


Fig. 5 : Diagramme de DALITZ pour la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$ dans laquelle se produit un effet d'interaction dans l'état final $^{8}Be\ (2^{+}) = 2\,\alpha$.

des particules mises en jeu.

Soient J et π le spin et la parité de la particule C se désintégrant en trois particules d'énergies ε_1 , ε_2 , ε_3 et d'impulsions $\vec{p_1}$, $\vec{p_2}$, $\vec{p_3}$.

Il est courant de décrire la partie angulaire d'un état de moment angulaire total $\vec{J}$ et de nombre quantique magnétique M par les harmoniques sphériques du type $Y_J^M(\theta, \varphi) = \langle \theta, \varphi \mid JM \rangle$. Une équivalence tensorielle a été faite par ZEMACH (Ze 64) au cours d'un travail très complet sur la désintégration en trois particules. Cette notion tensorielle a été appliquée pour la première fois par ALVAREZ et al (Al 61) , STEVENSON et al (St 62) , dans l'étude de la désintégration du méson ω° en trois pions. De ces études, il ressort que l'élément de matrice, relatif à une désintégration à trois corps pourra être un tenseur construit à partir des impulsions et des énergies des trois particules. Selon la valeur du spin J et de la parité π, ce tenseur est scalaire, vecteur, pseudo-vecteur, tenseur de rang 2 , etc ... Il doit contenir en outre toutes les informations limites dues aux conservations de spins, parités, spins isotopiques. Une synthèse sur de tels effets a été faite par SKEJEGGSTAD (Sk 64). Très récemment, GOLDHABER (Go 67), s'inspirant des mêmes considérations sur l'élément de matrice, a indiqué, pour sa part, une méthode de détermination de nouvelles résonances à trois pions et le moyen d'en déduire leur spin et leur parité.

Il semble que ces tentatives d'évaluation de l'élément de matrice soient très fructueuses pour déterminer les caractéristiques de diverses résonances lorsqu'on examine des points limites du diagramme de DALITZ.

Considérons par exemple l'élément de matrice qui correspondrait selon les auteurs cités plus haut à un spin $J^\pi = 0^-$, T = 0 de ω^o se désintégrant en trois pions . Dans ce cas, l'élément de

matrice doit être un scalaire de la forme :

$$A = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)$$

Cet élément de matrice s'annule lorsque deux ou trois énergies sont égales. Il en résulte qu'en considérant un diagramme expérimental de DALITZ, où l'on constate de telles interdictions, on pourra en déduire que le spin de ω^o peut être un 0^-.

Cependant, ces considérations limites ne sont valables généralement que pour déterminer les caractéristiques d'une résonance. Elles ne permettent pas d'expliquer, comme nous l'avons tenté, les modulations intermédiaires sur le diagramme. D'autre part, l'ambiguïté devient généralement totale lorsqu'il se produit une interaction dans l'état final. Dans ce cas, en effet, tous les évènements se rassemblent dans des régions bien précises du diagramme de DALITZ, laissant le reste déserté. Il en résulte qu'on ne peut conclure si une interdiction a bien lieu dans une région qui est déjà désertée par les seuls effets d'interactions dans l'état final. On peut illustrer ce fait figure 5 où l'on voit que si le centre du diagramme est interdit par les effets de spins et de parités, il sera difficile de le vérifier puisque les effets résonnants dus au noyau de $^8Be(2^+)$ feront que tous les évènements seront rassemblés sur des bandes théoriques qui ne recouvrent pas ce point.

Par contre, lorsque les régions de résonances dans l'état final recouvrent les régions du diagramme intéressées par les effets limites de conservation de spins et parités, on peut alors (dans ce cas seulement) tirer toutes les conclusions théoriques de l'examen de la densité de telles régions. Ainsi, DALITZ et al (Da 61), par un traitement élégant, basé sur les effets de la partie angulaire apparaissant dans une région de résonance sur le diagramme, ont pu attribuer une valeur au spin de

Y_1^* (1385 MeV) dans la réaction

$$K^- + p \longrightarrow Y_1^{*\pm}(1385) + \pi^{\mp} \longrightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^-$$

A basse énergie, la seule exploitation expérimentale analogue a été faite par MARQUEZ et al (Ma 67) ainsi que par FLAMANT et al (Fl 67), dans l'étude de la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$. Ces auteurs ont vérifié, comme nous l'avons déjà indiqué, que l'étude de la densité du diagramme aux points où deux particules α se partagent l'énergie totale, la troisième restant au repos, permet de déduire la nature du spin et de la parité de l'état de ^{12}C ; état à partir duquel a eu lieu la désintégration en 3α.

La même réaction a été étudiée théoriquement par MACDONALD (Ma 65) qui a partiellement transposé à basse énergie les études faites à haute énergie. Cet auteur a formulé ainsi quelques remarques sur les effets des résonances 2^+ (163 keV) et 2^- (675 keV) de ^{12}C formées dans la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$.

MACDONALD retrouve, sans introduire de notation tensorielle les interdictions qui doivent avoir lieu sur le diagramme de DALITZ dans le cas de la résonance 2^-. Cette étude n'est faite que pour un cas de désintégration simultanée en 3α.

Nous avons développé pour notre part une étude théorique qui puisse rendre compte à la fois des deux phénomènes que nous avons décrits :

- effet de spin et parité du ^{12}C
- effet d'interaction dans l'état final (noyau de $^8Be^*$ 2^+)

Pour cela, nous sommes partis des travaux de base de GRIBOV (Gr 58) et LETESSIER (Le 64). Ces auteurs ont essentiellement étudié le phénomène d'interaction dans l'état final. Nous nous sommes

proposés pour notre part de concilier ce phénomène avec les diverses conclusions publiées essentiellement par STEVENSON, ALVAREZ, ZEMACH et MACDONALD sous une autre forme. En bref, nous avons essayé de réunir de façon étroite dans une étude théorique les deux phénomènes de conservations de spins et parités et d'interactions dans l'état final.

Les résultats sont confrontés avec l'expérience afin d'expliquer les diverses anomalies.

CHAPITRE II

CALCUL THEORIQUE DES FORMES DE SPECTRES α DIRECTS DANS LE CAS DE LA REACTION $^{11}B(p, 3\alpha)$

Nous ne considérons dans cette partie que la désintégration du noyau composé de ^{12}C que l'on suppose dans un état bien défini et isolé de spin J et parité π, en trois particules α d'énergies ε_1, ε_2, ε_3 et d'impulsions $\vec{p_1}$, $\vec{p_2}$, $\vec{p_3}$.

Une partie de notre travail expérimental a consisté à étudier les spectres α enregistrés par un seul détecteur. Nous donnerons donc les expressions théoriques qui nous ont permis d'approcher par étapes des formes expérimentales rencontrées.

A - HYPOTHESE STATISTIQUE

Le spectre enregistré dans ce cas est :

$$S = d^2\sigma / d\varepsilon_1 \, d\omega_1 \propto \int_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}} d\varepsilon_2$$

avec $\varepsilon_{2\,\frac{M}{m}} = 1/2 \left[H - \varepsilon_1 \pm \sqrt{\varepsilon_1 (2H - 3\,\varepsilon_1)} \right]$

soit

$$\boxed{S = \varepsilon_1^{1/2} \, (2H - 3\,\varepsilon_1)^{1/2}}$$

Cette expression est bien connue et a été calculée par

d'autres méthodes en particulier par UHLENBECK et al (Uh 35). La forme du spectre ainsi enregistré est une demi-ellipse sur l'intervalle d'énergie ε_1 allant de $\varepsilon_1 = 0$ à $\varepsilon_1 = 2H/3$. Cette forme de spectre n'a jamais été constaté dans le cas de la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$. C'est pourquoi nous rejetterons l'hypothèse statistique.

B - HYPOTHESE DE L'INTERACTION A DEUX PARTICULES DANS L'ETAT FINAL

Comme nous l'avons vu, lorsque deux particules subissent une interaction, il est commode de faire apparaître dans le système du centre de masse total le système au repos de ces deux particules. La désintégration est du type

$$C \longrightarrow m_i + m^*_{jk} + Q_1$$

$$m^*_{jk} \longrightarrow m_j + m_k + Q_2$$

On suppose ici que m_i , m_j , m_k sont trois bosons de spin nul (particules alpha) . Il faut donc considérer toutes les désintégrations obtenues par permutation circulaire et échange des particules.

Soit $\vec{J}$ le spin de C et π sa parité
Soit $\vec{\ell}_i$ le moment angulaire orbital du système $m_i + m^*_{jk}$
Soit $\vec{\ell}_{jk}$ le spin de m^*_{jk}

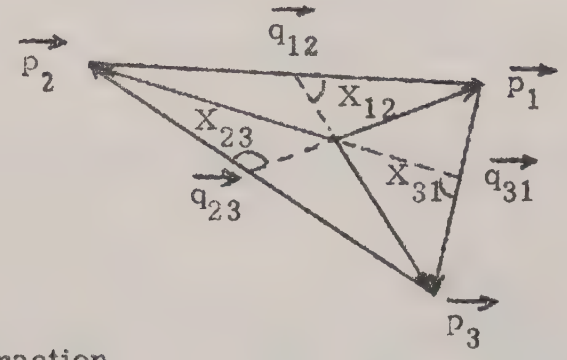
Considérons les vecteurs impulsions $\vec{p_1}$, $\vec{p_2}$, $\vec{p_3}$ des trois particules et $\vec{q_{23}}$, $\vec{q_{31}}$, $\vec{q_{12}}$ les vecteurs impulsions relatifs de deux particules ij subissant l'interaction.

On a :

$$\overrightarrow{q_{23}} = \overrightarrow{p_2} - \overrightarrow{p_3} \; ; \; \overrightarrow{q_{31}} = \overrightarrow{p_3} - \overrightarrow{p_1} \; ; \; \overrightarrow{q_{12}} = \overrightarrow{p_1} - \overrightarrow{p_2}$$

et les angles :

$$X_{23} = (\overrightarrow{q_{23}}, \overrightarrow{p_1})$$
$$X_{31} = (\overrightarrow{q_{31}}, \overrightarrow{p_2})$$
$$X_{12} = (\overrightarrow{q_{12}}, \overrightarrow{p_3})$$



Supposons une interaction entre m_2 et m_3.

Selon DALITZ (Da 56) et GRIBOV (Gr 58), on peut écrire l'élément de matrice traduisant la désintégration à partir du noyau C dans un état quantique bien défini $|JM>$:

$$m_{123} = m_{1,23} = \sum_{\ell_{23}, \ell_1, m_{23}, m} \sqrt{2J+1}\,(-1)^{\ell_{23}-\ell_1-M} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_{23} & J \\ m & \mu & -M \end{pmatrix} Y^{\mu}_{\ell_{23}}(\overrightarrow{q_{23}}) Y^{m}_{\ell}(\overrightarrow{p_1})$$

16)

$$\cdot G_{\ell_{23}, \ell_1}(\varepsilon_1, \varepsilon_{23})$$

- le vecteur $\overrightarrow{q_{23}}$ est caractérisé par les quantités q_{23}, x_{23}, φ_{23} en coordonnées sphériques, par rapport à l'axe de quantification.

- le vecteur $\overrightarrow{p_1}$ est caractérisé par les quantités ρ_1, θ_1, φ_1 par rapport au même axe.

- le symbole $\begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_{23} & J \\ m & \mu & -M \end{pmatrix}$ est le coefficient 3J de WIGNER dû à l'introduction de la conservation de moments angulaires $\overrightarrow{J} = \overrightarrow{\ell_1} + \overrightarrow{\ell_{23}}$.

- le terme $G_{\ell_1,\ell_{23}}(\varepsilon_1,\varepsilon_{23})$ traduit essentiellement l'interaction dans l'état final. Il y apparaît l'énergie relative ε_{23} des particules m_2 et m_3 dans leur système du centre de masse au repos et l'énergie ε_1 de la particule m_1 "spectatrice" qui est supposée ne pas intervenir au cours de l'interaction dans l'état final. Si l'on fait une telle supposition, on peut poser en première approximation que la fonction ne dépend que de l'énergie relative ε_{23}.

A partir des résultats de WATSON (Wa 52), on peut écrire :

$$G_{\ell_1,\ell_{23}}(\varepsilon_1,\varepsilon_{23}) \simeq a_{\ell_1} \cdot G_{\ell_{23}}(\varepsilon_{23}) = a_{\ell_1} e^{i\partial_{\ell_{23}}} \sin\partial_{\ell_{23}} = a_{\ell_1} \frac{\operatorname{tg}\partial_{\ell_{23}}}{1 - i\operatorname{tg}\partial\ell_{23}}$$

$\partial_{\ell_{23}}$ traduit le déphasage de la diffusion élastique ou inélastique :

$$m_2 + m_3 \longrightarrow m_2 + m_3$$

a_{ℓ_1} est l'amplitude due à la présence de la particule m_1 dans un état de moment angulaire "ℓ_1" pour le système $m_1 + m^*_{23}$. On suppose que cette quantité est constante et exprimée sous forme de pourcentage. Lorsqu'il y a interaction entre m_2 et m_3 sous forme résonnante, on peut écrire :

$$\operatorname{tg}\partial_{\ell_{23}} = \Gamma_{\ell_{23}} / 2(\varepsilon_{23} - \varepsilon_r)$$

$\Gamma_{\ell_{23}}$ est la largeur supposée constante de la résonance m^*_{23} et ε_r est la position en énergie de cette résonance.

Dans ces conditions, la fonction responsable de l'interaction dans l'état final va s'écrire :

$$17)\quad G_{\ell_{23}}(\varepsilon_{23}) = \frac{\Gamma/2}{\varepsilon_{23} - \varepsilon_r - i\Gamma/2} = \frac{\Gamma/2 \cdot e^{i\delta_{\ell_{23}}}}{\sqrt{(\varepsilon_{23} - \varepsilon_r)^2 + \Gamma^2/4}}$$

Comme nous l'avons vu, lorsque les trois particules sont identiques, donc indiscernables, l'élément de matrice devient :

$$A(M) = \Sigma\ (m_{i,jk} + m_{i,kj})$$ (avec permutation circulaire sur i , j, k qui ont les valeurs 1 , 2 , 3).

En outre le noyau C est supposé ne pas être polarisé. Tous les nombres magnétiques M relatifs à J sont donc possibles et par suite

$$F(\overrightarrow{p_j}, \varepsilon_j) = \sum_M A(M).A(M)^*$$

I - Première approche de calcul : Traduction de l'effet d'interaction dans l'état final par un terme de Breit-Wigner

Pour ce premier calcul, nous supposons que les effets de spins et de parités sont négligeables et que l'élément de matrice n'est alors donné que par la fonction :

$$G(\varepsilon_{23}) = 1 / (\varepsilon_{23} - \varepsilon_r - i\,\Gamma/2)$$

Utilisons cette hypothèse pour le cas de la désintégration :

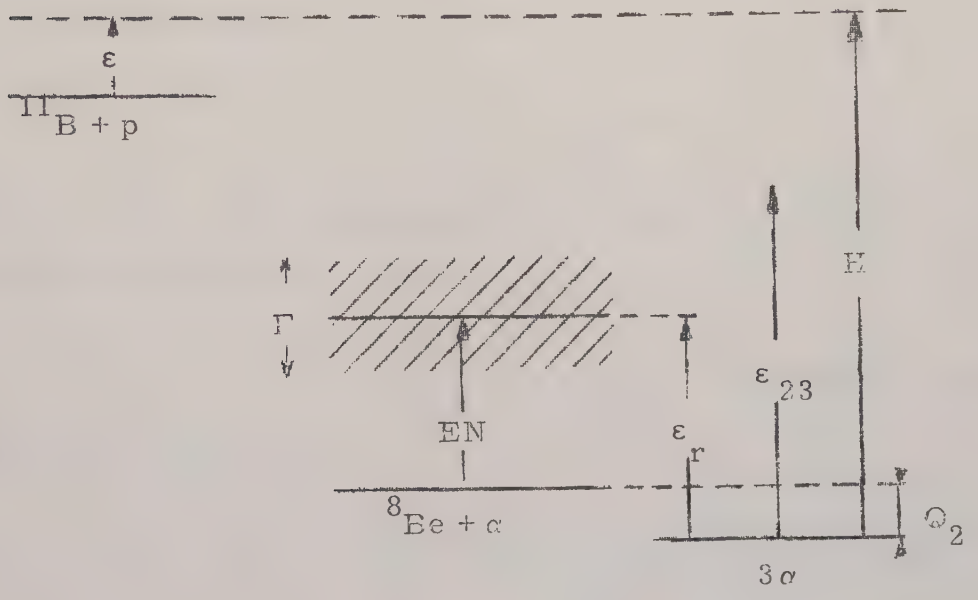
$$p + {}^{11}B \longrightarrow \alpha_1 + {}^{8}Be^* \text{ (1er état excité)} + Q_1$$

$${}^{8}Be^* \longrightarrow 2\alpha + Q_2$$

qui, comme on l'a vu, traduit en première approximation le mécanisme conduisant au spectre continu de particules α .

Pour calculer la forme théorique du spectre direct, on suppose donc que ε_r correspond au 1er niveau de ^8Be situé à 2,9 MeV dont la largeur est Γ = 1,45 MeV.

Considérons le diagramme en énergie de la réaction :



Dans ces conditions il vient :

$$m_{1,23} = G(\varepsilon_{23}) = \frac{1}{(H - Q_2 - EN) - m\,\varepsilon_1/(m_2 + m_3) - i\Gamma/2}$$

avec

$H = Q_1 + Q_2 + \varepsilon = (8,58772 + 0,094 + 11\,E_o/12)$ MeV

EN = 2,9 MeV , position du premier niveau de ^8Be

Γ = 1,45 MeV, largeur du premier niveau de ^8Be

Q_2 = 0,094 MeV

$m = m_1 + m_2 + m_3 = 3 \times 4,014$ u.m.a.

ε_1 est l'énergie de la particule α_1 associée au recul du noyau de $^8Be^*$.

Posons $a = H - EN - Q_2 - m\varepsilon_1/(m_1 + m_2) = \varepsilon_o - 3\varepsilon_1/2$

et $\gamma = \Gamma/2$

On écrit alors :

$$m_{1,23} = 1 / (a - i\gamma)$$

Si l'on échange les particules m_2 et m_3, on voit que ce terme n'est pas modifié. Donc :

$m_{1,23} = m_{1,32}$ et par suite l'élément de matrice total s'écrit :

$$A = 2\left[1 / (a-i\gamma) + 1 / (b-i\gamma) + 1 / (c-i\gamma)\right]$$

où $a = \varepsilon_o - 3\varepsilon_1/2$; $b = \varepsilon_o - 3\varepsilon_2/2$; $c = \varepsilon_o - 3\varepsilon_3/2$

On en déduit pour le carré du module :

18) $$|A|^2 \propto \frac{1}{a^2 + \gamma^2} + \frac{1}{b^2 + \gamma^2} + \frac{1}{c^2 + \gamma^2} + \text{termes croisés}$$

Si l'on néglige les termes croisés, on peut calculer facilement le nombre d'évènements enregistrés par un compteur d'après l'expression 14).

On a en effet :

$$S = d^2c/d\varepsilon_1 d\omega_1 \propto \int_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}} \left[\frac{1}{(3\varepsilon_1/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2} + \frac{1}{(3\varepsilon_2/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2} + \frac{1}{(3\varepsilon_3/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2} \right] d\varepsilon_2$$

où $\varepsilon_3 = H - \varepsilon_1 - \varepsilon_2$.

Il vient alors :

$$S \propto \frac{\sqrt{\varepsilon_1(2H - 3\varepsilon_1)}}{(3\varepsilon_1/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \left[\text{Arctg}\left(\frac{3\varepsilon_2/2 - \varepsilon_o}{\gamma}\right) - \text{Arctg}\left(\frac{3\varepsilon_3/2 - \varepsilon_o}{\gamma}\right) \right]_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}}$$

Si l'on définit les quantités :

$$U_M = \frac{3\varepsilon_{2M}/2 - \varepsilon_o}{\gamma} \qquad \text{et} \qquad U_m = \frac{3\varepsilon_{2m}/2 - \varepsilon_o}{\gamma}$$

ainsi que

$$V_M = \frac{3/2(H - \varepsilon_1 - \varepsilon_{2M}) - \varepsilon_o}{\gamma} \qquad \text{et} \qquad V_m = \frac{3/2(H - \varepsilon_1 - \varepsilon_{2m}) - \varepsilon_o}{\gamma}$$

On peut constater que $U_M = V_m$ et $U_m = V_M$. Par suite les deux derniers termes de l'expression de S sont égaux au signe près, et il vient :

19) $$\boxed{S \propto \frac{\sqrt{\varepsilon_1(2H - 3\varepsilon_1)}}{(3\varepsilon_1/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2} + 2/\gamma \left[\text{Arctg}\left(\frac{3\varepsilon_2/2 - \varepsilon_o}{\gamma}\right) \right]_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}}}$$

Lorsqu'on veut obtenir le spectre S correspondant à l'élément de matrice total, il faut alors effectuer en outre l'intégration sur les termes croisés. Ceci peut se faire numériquement à l'aide d'un calculateur.

Ces calculs ont été effectués dans l'un et l'autre cas à l'aide d'un ordinateur I.B.M. 360/44 de la Faculté des Sciences de Bordeaux. Un exemple d'accord entre la théorie et l'expérience est montré figure 6 , pour une énergie des projectiles de 165 keV . La comparaison est faite avec le spectre expérimental transformé au système du centre de masse comme il sera décrit par ailleurs.

On peut voir que l'accord, tout en constituant une meilleure approche de la forme du spectre n'est pas excellent. D'autre part, ce formalisme ne permet pas de tenir compte des effets de spins et parités des diverses résonances de ^{12}C. Les dépouillements expérimentaux montreront en effet que les formes de spectres sont très modulées en fonction des résonances de ^{12}C formées.

II - Deuxième approche de calcul : Adjonction d'un effet de corrélation angulaire entre les deux étapes de la réaction

Pour ce calcul, nous considérons à nouveau l'expression 18) dans laquelle on néglige les termes croisés, mais où on introduit un effet angulaire sous la forme d'une corrélation entre la direction $\overrightarrow{q_{ij}}$ et la direction de la particule m_k : $\overrightarrow{p_k}$. Nous écrirons cette corrélation angulaire sous la forme :

$$I = A + B \cos^2 X_{ij} + C \cos^4 X_{ij}$$

X_{ij} est l'angle, déjà défini, des directions $\overrightarrow{q_{ij}}$ et $\overrightarrow{p_k}$.

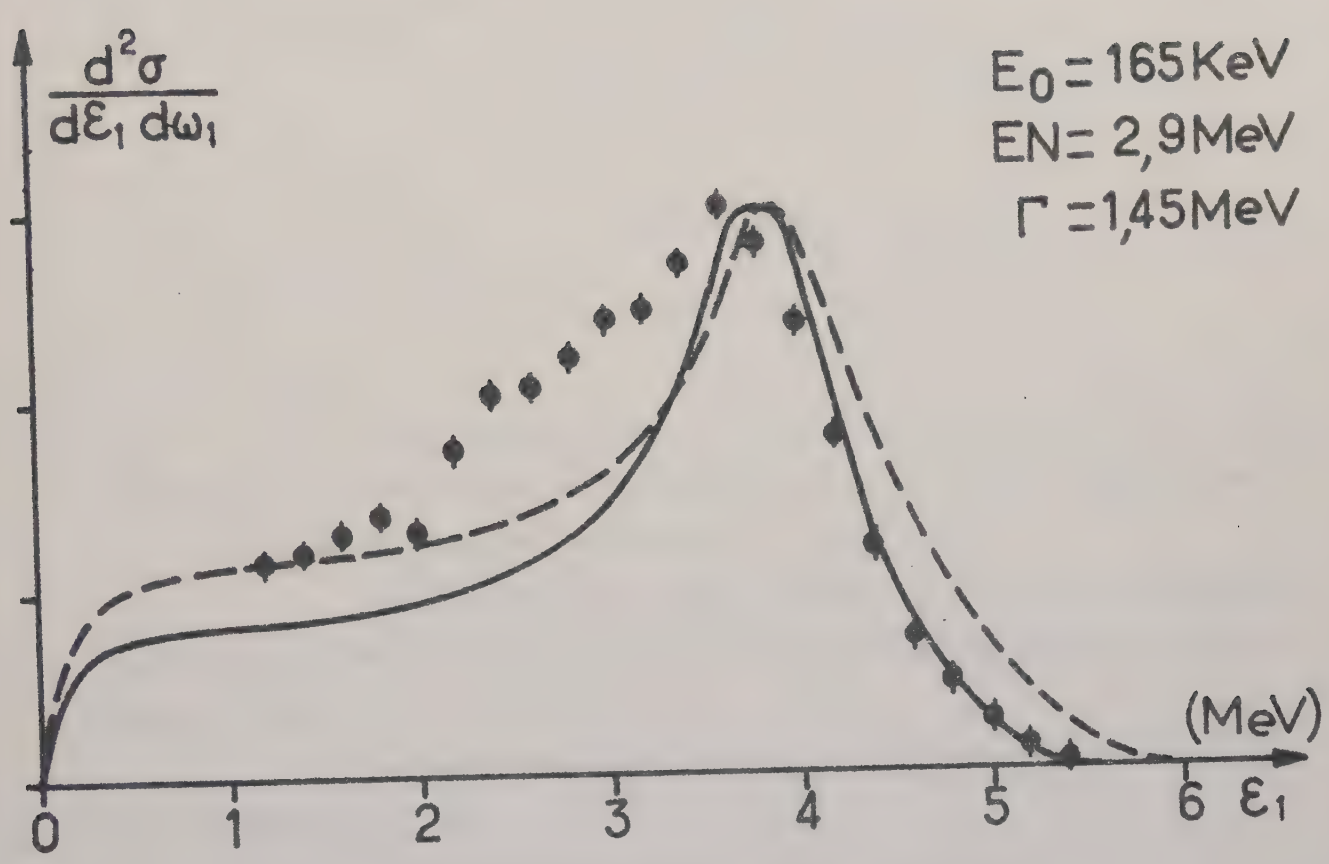


Fig. 6 : Spectres théoriques obtenus à 165 keV confrontés avec le spectre expérimental enregistré à la même énergie à partir d'un angle ψ de 165° et transformé dans le système du centre de masse.

——— Spectre théorique avec termes croisés

– – – – Spectre théorique sans termes croisés.

Dans ce cas, il vient :

$$20) \quad |A|^2 = 2\left[\frac{A+B\cos^2 X_{23} + C\cos^4 X_{23}}{(3\varepsilon_1/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2} + \frac{A+B\cos^2 X_{31} + C\cos^4 X_{31}}{(3\varepsilon_2/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2}\right.$$

$$\left. + \frac{A+B\cos^2 X_{12} + C\cos^4 X_{12}}{(3\varepsilon_3/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2}\right]$$

Les valeurs de $\cos X_{ij}$ sont données par les expressions 9). Le facteur 2 vient du fait que l'échange ij et ji ne modifie pas l'élément $m_{k,ij}$. On peut remarquer en effet que $X_{ij} = \pi + X_{ji}$

Cette relation n'a aucun effet sur le terme de corrélation, lequel ne contient nécessairement que des termes pairs jusqu'à l'ordre 4 (spin de $^8Be = 2^+$).

On peut maintenant calculer l'expression de S d'après la relation générale 14).

D'après l'expression 7), on peut déduire :

$$d\varepsilon_2 = -1/2\left[\varepsilon_1(2H - 3\varepsilon_1)\right]^{1/2} \; d(\cos X_{23})$$

Ainsi, l'intégration pour le premier terme sur ε_2 sera :

$$T_1 = \frac{-1/2\sqrt{\varepsilon_1(2H - 3\varepsilon_1)}}{(3\varepsilon_1/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2} \int_1^{-1} (A + B\cos^2 X_{23} + C\cos^4 X_{23}) d(\cos X_{23})$$

soit

$$T_1 = (A + B/3 + C/5) \frac{\sqrt{\varepsilon_1(2H - 3\varepsilon_1)}}{(3\varepsilon_1/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2}$$

En suivant les grandes lignes du raisonnement effectué précédemment sur le calcul des limites des intégrales des deux derniers termes qui a permis d'aboutir à l'expression 19) , on déduit la nouvelle expression du spectre :

$$21)\quad S \propto \frac{\sqrt{\varepsilon_1(2H - 3\varepsilon_1)}}{(3\varepsilon_1/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2} + 2/(A + B/3 + C/5) \cdot \int_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}} \frac{A + B\cos^2 X_{31} + C\cos^4 X_{31}}{(3\varepsilon_2/2 - \varepsilon_o)^2 + \gamma^2}\, d\varepsilon_2$$

On peut remarquer que si l'émission de m_2 ou m_3 est isotrope dans le système du centre de masse de m_{23}^* : $B = 0$ et $C = 0$. On retrouve alors l'expression 19) .

Cette expression sera utilisée pour analyser les spectres expérimentaux obtenus à l'aide d'un détecteur. Nous décrirons alors la méthode des moindres carrés qui permettra de déterminer les coefficients A , B , C .

III - Troisième approche de calcul : application du formalisme général

On se propose de calculer la partie angulaire dans l'expression générale 16) . Pour ce calcul, il est nécessaire de fixer un axe de quantification. Dans le système du centre de masse, les trois particules sont émises dans un même plan. On peut choisir l'axe de quantification normal au plan (figure 7 a). Nous montrerons d'ailleurs que le choix de

l'axe peut être quelconque et qu'on peut choisir aussi en particulier pour celui-ci la direction d'émission de l'une des particules (figure 7 b). Les vecteurs du type $\overrightarrow{p_i}$ et $\overrightarrow{q_{jk}}$ font dans ces conditions des angles ϑ_i et x_{jk} avec l'axe dont les valeurs sont $\pi/2$. Ce choix de l'axe normal au plan des impulsions permet en particulier d'éliminer certaines valeurs des harmoniques sphériques. Les premières valeurs des harmoniques sphériques sont en effet :

ℓ	Choix quelconque	Choix $\theta = \pi/2$
0	$Y_0^0 = k = \sqrt{1/4\pi}$	$Y_0^0 = k = \sqrt{1/4\pi}$
1	$Y_1^0 = k\sqrt{3}\cos\theta$	$Y_1^0 = 0$
	$Y_1^{\pm 1} = \mp k\sqrt{3/2}\sin\theta\, e^{\pm i\varphi}$	$Y_1^{\pm 1} = \mp k\sqrt{3/2}\, e^{\pm i\varphi}$
2	$Y_2^0 = k\sqrt{5/4}\,(3\cos^2\vartheta - 1)$	$Y_2^0 = -k\sqrt{5/4}$
	$Y_2^{\pm 1} = \mp 3k\sqrt{5/6}\cdot\sin\theta\cos\theta\, e^{\pm i\varphi}$	$Y_2^{\pm 1} = 0$
	$Y_2^{\pm 2} = 3k\sqrt{5/24}\sin^2\theta\, e^{\pm 2i\varphi}$	$Y_2^{\pm 2} = 3k\sqrt{5/24}\, e^{\pm 2i\varphi}$

etc...

Considérons les règles de sélection relatives à la désintégration. Le niveau de ^{8}Be envisagé est uniquement le premier excité dont le spin est 2^+ .

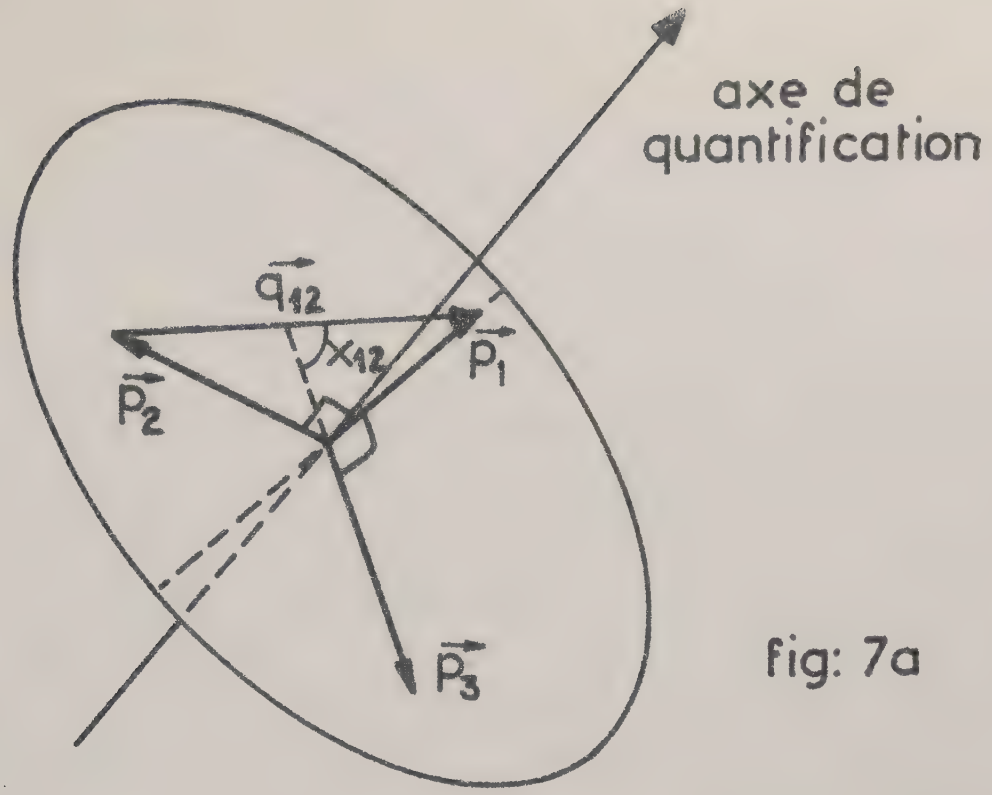


fig: 7a

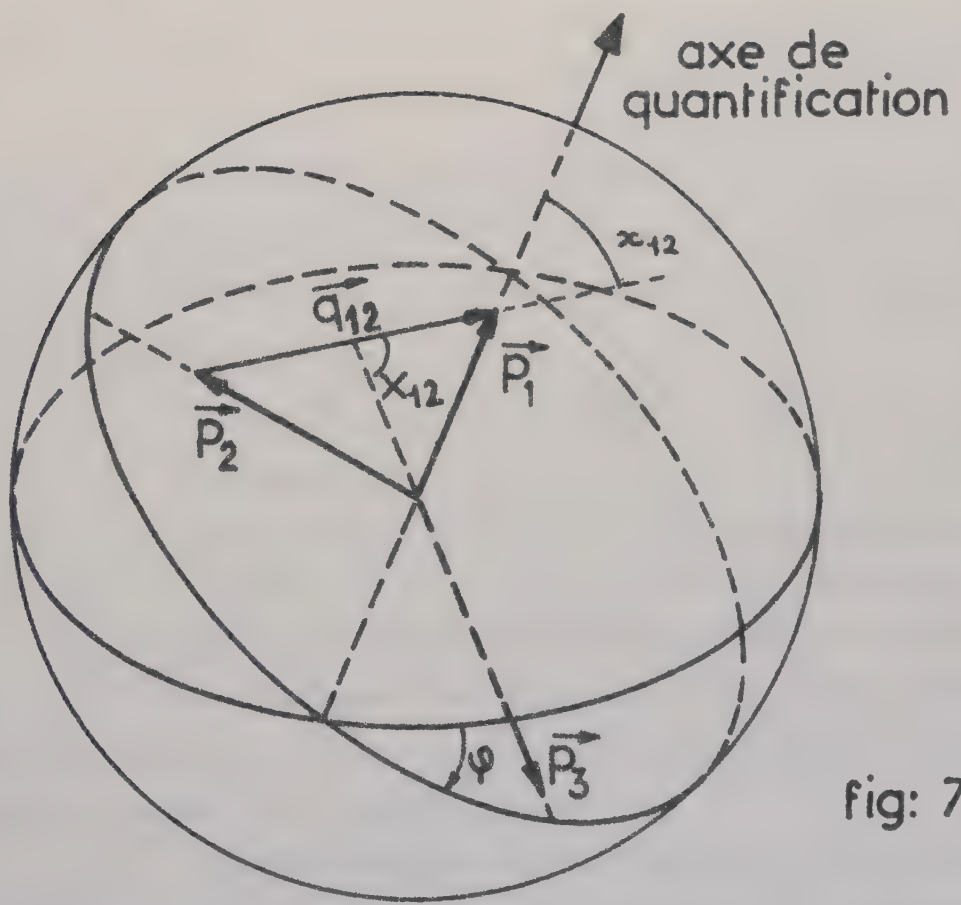


fig: 7b

Fig. 7 : a) Eclatement dans l'espace et choix de l'axe de quantification normal au plan $(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$

b) Eclatement dans l'espace et choix de l'axe de quantification confondu avec $\vec{p}_1$.

Posons au préalable :

$$\ell_{23} = \ell_{31} = \ell_{12} = L = 2$$

$\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = \ell$ moment angulaire orbital du système $\alpha_1 + {}^{8}\mathrm{Be}^{*}\ (2^+)$

Dans ces conditions, on a :

22) a) $\vec{J} = \vec{\ell} + \vec{L}$

b) $\pi\ {}^{12}\mathrm{C} \times \pi\ {}^{8}\mathrm{Be} = (-1)^{\ell}$

c) $M = m + \mu$ m et μ sont les nombres magnétiques associés respectivement à ℓ et L .

En général, plusieurs valeurs de ℓ peuvent être permises par les règles de sélection. Il en résulte que diverses valeurs des pourcentages a_ℓ interviendront dans le calcul des expressions analogues à 16) introduits par $G(\varepsilon_1 , \varepsilon_{23})$.

Nous effectuerons ci-dessous le calcul de ces expressions dans les cas des spins de ${}^{12}\mathrm{C}$: 0^+ , 1^- , 1^+ , 2^- , 2^+ , 3^- , 3^+ . Nous supposerons d'autre part que a_ℓ vaut l'unité dans une séquence de calcul correspondant à la voie "ℓ" . La vraie valeur de a_ℓ pourra être déduite par comparaison du spectre théorique correspondant avec le spectre expérimental. Le fait de supposer que ℓ est unique dans chaque séquence, conjugué à l'hypothèse L = 2 permet d'éliminer les sommations sur les moments angulaires dans l'expression 16).

Les six éléments de matrice dus à l'indiscernabilité des particules α pour une désintégration du noyau de ${}^{12}\mathrm{C}$ de spin J et nombre magnétique M lorsqu'on suppose un passage par un noyau de ${}^{8}\mathrm{Be}$ dans

son premier état excité ($L^{\pi} = 2^{+}$) sont du type :

$$23) \quad m_{i,jk} = \sqrt{2J+1} \sum_{m,\mu} (-1)^{L-\ell-M} \begin{pmatrix} \ell & L & J \\ m & \mu & -M \end{pmatrix} Y_L^{\mu}(\pi/2, \varphi_{jk}) Y_{\ell}^{m}(\pi/2, \varphi_i) \frac{1}{\varepsilon_{jk} - \varepsilon_r - i\Gamma/2}$$

On peut montrer facilement que $m_{i,jk} = m_{i,kj}$. Dans l'échange des particules m_j et m_k, on écrit en effet : $\varphi_{jk} = \pi + \varphi_{kj}$. Cette relation n'a d'effet que sur les valeurs de Y_L^{μ} où μ est impair. D'après le choix de l'axe, toutes ces valeurs s'annulent et ne modifient donc pas le calcul. Les six termes se réduisent donc à trois avec un facteur 2 que nous négligerons.

a) Calcul de l'élément de matrice partiel pour divers spins de ^{12}C

Nous effectuerons le calcul pour l'élément de matrice partiel $m_{1,23}$ en remarquant que $m_{2,31}$ et $m_{3,12}$ seront déduits par permutation circulaire.

Posons $BW_1 = 1 / \left[\varepsilon_{23} - \varepsilon_r - i\Gamma/2\right]$ (BW_2 et BW_3 sont déduits de façon analogue.)

et $W3J = (-1)^{L-\ell-M} \begin{pmatrix} \ell & L & J \\ m & \mu & -M \end{pmatrix}$

Parmi les spins envisagés pour le noyau de ^{12}C, on distingue les spins à parité naturelle et ceux dont la parité n'est pas naturelle.

- Parité naturelle - Si J représente le spin et π la parité de l'état de ^{12}C considéré, il vient :

$$\pi = (-1)^J \qquad \text{et} \qquad Y_J^{M*} = (-1)^M Y_J^{-M}$$

- Parité non naturelle - Dans ce cas :

$$\pi = (-1)^{J+1} \qquad \text{et} \qquad Y_J^{M*} = (-1)^{M+1} Y_J^{-M}$$

1er cas : $J^{\pi} = 0^{+}$ (parité naturelle)

La seule valeur possible pour M est 0 . La seule valeur de ℓ est 2 ($|0 - 2| \leq \ell \leq 0 + 2$) . Cette dernière valeur est compatible avec la condition b) .

D'où le calcul de $m_{1,23}$:

$\ell=2$ et M=0

m	$Y_{\ell}^{m}(\varphi_1)$	μ	$Y_{L}^{\mu}(\varphi_{23})$	W3J
-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,4472
-1	0	1	0	
0	$-k\sqrt{5/4}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,4472
1	0	-1	0	
2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,4472

On trouve après sommation d'après 23) :

$$m_{1,23} = K_2(3\cos^2 X_{23} - 1)\,BW1$$

avec

$X_{23} = \varphi_{23} - \varphi_1$ et $K_2 = 1,118\,k^2$

2ème cas : $J^{\pi} = 1^{-}$ (parité naturelle)

On a : $1 \leqslant \ell \leqslant 3$. La condition 22 b) impose les valeurs $\ell = 1$ et $\ell = 3$. On doit considérer d'autre part $M = 1 , 0 , -1$. On peut voir facilement que d'après le choix de l'axe, tous les éléments qui correspondent à $M = 0$ sont nuls. Il reste ainsi $M = 1$ et -1 . On peut remarquer aussi que l'élément de matrice s'écrit sous la forme

$$m_{1,23}(M=-1) = -m^{*}_{1,23}(M=1) \times BW1/BW1^{*}$$

a) $\ell=1$ et $M=1$

m	$Y^{m}_{\ell}(\varphi_1)$	μ	$Y^{\mu}_{L}(\varphi_{23})$	W3J
1	$-k\sqrt{3/2}.e^{i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,1826
0	0	1	0	
-1	$k\sqrt{3/2}.e^{-i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,4472

D'où

$$m_{1,23} = K_1 \, e^{i\varphi_1}(1 + 3\, e^{2iX_{23}})\, BW1$$

$$K_1 = 0,4328\, k^2$$

et pour $\ell=1$ et $M=-1$

$$m_{1,23} = -K_1 \, e^{-i\varphi_1}(1 + 3\, e^{-2iX_{23}})\, BW1$$

b) $\ell=3$ et $M=1$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
3	$-k\sqrt{35/16}.e^{3i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,378
2	0	-1	0	
1	$k\sqrt{21/16}.e^{i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,239
0	0	1	0	
-1	$-k\sqrt{21/16}.e^{-i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,098

En effectuant la somme de tous les produits, il vient :

$$m_{1,23} = K_3\, e^{i\varphi_1}(5\, e^{-2iX_{23}} + e^{2iX_{23}} + 2)BW1$$

$$K_3 = -0,2651\, k^2$$

et pour $\ell=3$ $M=-1$

$$m_{1,23} = -K_3\, e^{-i\varphi_1}(5\, e^{2iX_{23}} + e^{-2iX_{23}} + 2)BW1$$

3ème cas : $J^{\pi} = 1^{+}$ (parité non naturelle)

La seule valeur de ℓ vérifiant la conservation de parité est $\ell = 2$. On peut montrer que pour $M = 1$ et $M = -1$ les éléments à calculer sont nuls. Il reste $M = 0$.

$\ell = 2$ et $M = 0$

m	$Y_{\ell}^{m}(\varphi_1)$	μ	$Y_{L}^{\mu}(\varphi_{23})$	W3J
2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,3651
1	0	-1	0	
0	$-k\sqrt{5/4}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0
-1	0	1	0	
-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	-0,3651

Par sommation, on obtient :

$$m_{1,23} = K_2 \, i \sin X_{23} \cos X_{23} \, BW1$$

$$K_2 = -4,744 \, k^2$$

4ème cas : $J^{\pi} = 2^{+}$ (parité naturelle)

Les valeurs permises de ℓ sont : $\ell = 0 , 2 , 4$ $(0 \leqslant \ell \leqslant 4)$.

Les valeurs de M sont 2 , 1 , 0 , -1 , -2 . On montre facilement que les

calculs relatifs aux valeurs M = 1 , - 1 s'éliminent.

a) $\ell=0$ et $M=2$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
0	k	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,4472

soit :

$$m_{1,23} = K_o\, e^{2i\varphi_1}\, e^{2iX_{23}}\, BW1$$

$$K_o = 1,369\, k^2$$

pour $\ell=0$ et $M=-2$

il vient :

$$m_{1,23} = K_o\, e^{-2i\varphi_1}\, e^{-2iX_{23}}\, BW1$$

$\ell=0$ et $M=0$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
0	k	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,4472

soit :

$$m_{1,23} = -\sqrt{2/3}\, K_o\, BW1$$

b) $\ell=2$ et $M=2$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,2390
1	0	1	0	
0	$-k\sqrt{5/4}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,2390

Soit :

$$m_{1,23} = K_2\, e^{2i\varphi_1}(1 + e^{2iX_{23}})BW1$$

$$K_2 = -0,318\, k^2$$

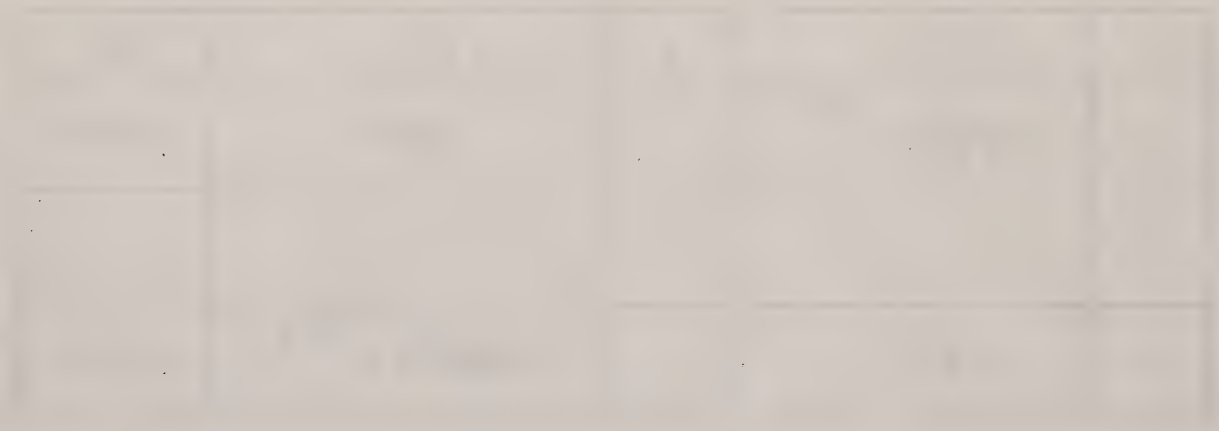
et pour $\ell=2$ et $M=-2$

$$m_{1,23} = K_2\, e^{-2i\varphi_1}(1 + e^{-2iX_{23}})BW1$$

$\ell=2$ et $M=0$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,2390
1	0	-1	0	

.../



/...

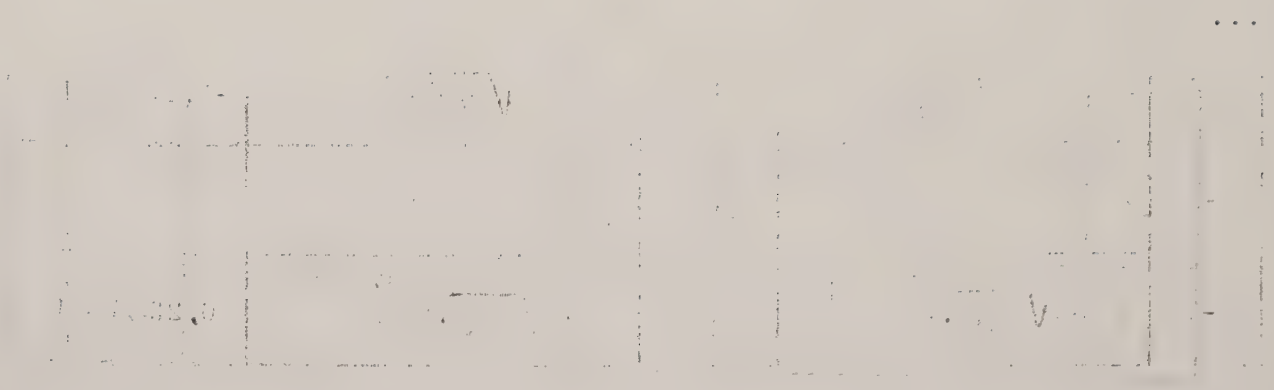
0	$-k\sqrt{5/4}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	-0,2390
-1	0	1	0	
-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,2390

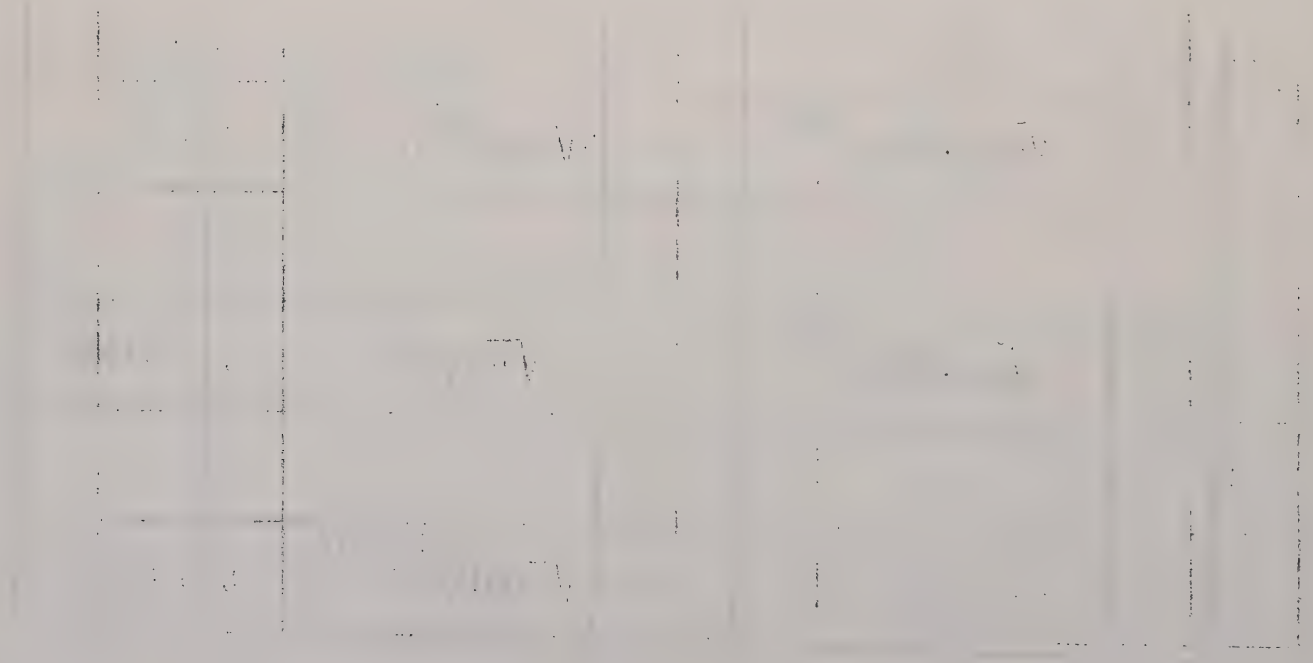
soit :

$$m_{1,23} = -\sqrt{2/3}\, K_2\, (3\cos 2X_{23} - 1)BW1$$

c) $\ell=4$ et $M=2$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
4	$3k/8\sqrt{35/2}.e^{4i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	1/3
3	0	-1	0	
2	$-3k/4\sqrt{5/2}.e^{2i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,1543
1	0	1	0	
0	9k/8	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,0398





On trouve :

$$m_{1,23} = K_4\, e^{2i\varphi_1}\,(7/2\, e^{-2iX_{23}} + 3/10\, e^{2iX_{23}} + 1)BW1$$

$$K_4 = 0,455\ k^2$$

Et pour $\ell=4$ et $M=-2$

$$m_{1,23} = K_4\, e^{-2i\varphi_1}\,(7/2\, e^{2iX_{23}} + 3/10\, e^{-2iX_{23}} + 1)BW1$$

$\ell=4$ et $M=0$

m	$Y_\ell^m(\varphi)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
2	$-3k/4\sqrt{5/2}.e^{2i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,1543
1	0	-1	0	
0	$9k/8$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,2390
-1	0	1	0	
-2	$-3k/4\sqrt{5/2}.e^{-2i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_1}$	0,1543

soit :

$$m_{1,23} = -K_4\sqrt{6}\,(\cos 2X_{23} + 3/5)BW1$$

5ème cas : $J^{\pi} = 2^{-}$ (parité non naturelle)

On a : $0 \leq \ell \leq 4$. Les valeurs permises sont $\ell = 1$ et $\ell = 3$. Les éléments à calculer sont d'autre part nuls pour $M = 2$, 0 , -2 .

Par suite :

a) $\ell=1$ et $M=1$

m	$Y_{\ell}^{m}(\varphi_1)$	μ	$Y_{L}^{\mu}(\varphi_{23})$	W3J
1	$-k\sqrt{3/2}.e^{i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,3162
0	0	1	0	
-1	$k\sqrt{3/2}.e^{-i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	-0,2582

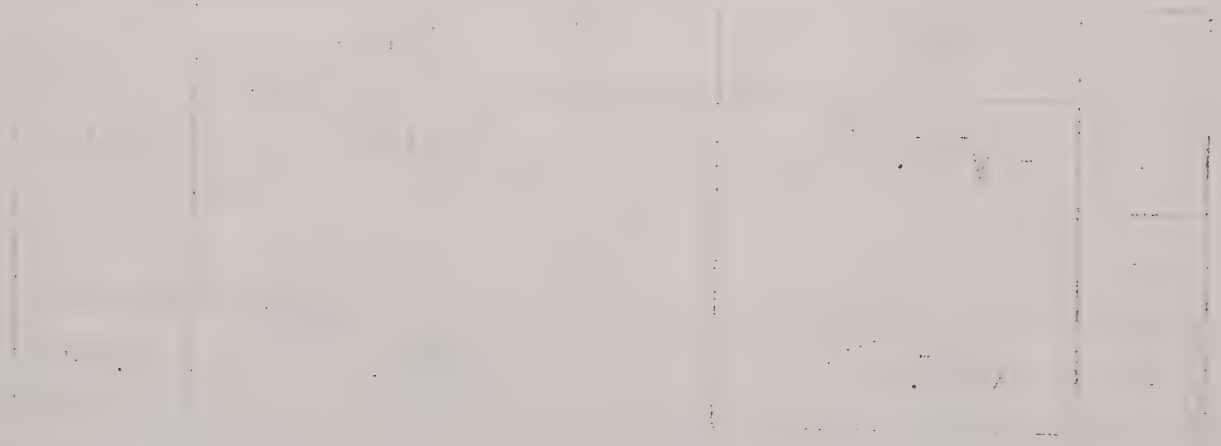
soit :

$$m_{1,23} = K_1 e^{i\varphi_1}(1 - e^{2iX_{23}})BW1$$

$$K_1 = 0,967\ k^2$$

et pour $\ell=1$ et $M=-1$

$$m_{1,23} = K_1 e^{-i\varphi_1}(1 - e^{-2iX_{23}})BW1$$



b) $\ell = 3$ et $M = 1$

m	$Y_\ell^m(\varphi)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
3	$-k\sqrt{35/16}.e^{3i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,2673
2	0	-1	0	
1	$k\sqrt{21/16}.e^{i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	- 0,1690
0	0	1	0	
-1	$-k\sqrt{21/16}.e^{-i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	- 0,2070

soit :

$$m_{1,23} = K_3\, e^{i\varphi_1}(5\, e^{-2iX_{23}} - 3\, e^{2iX_{23}} - 2)BW1$$

$$K_3 = - 0,242\, k^2$$

et pour $\ell = 3$ et $M = -1$

$$m_{1,23} = K_3\, e^{-i\varphi_1}(5\, e^{2iX_{23}} - 3\, e^{-2iX_{23}} - 2)BW1$$

6ème cas : $J^\pi = 3^+$ (parité non naturelle)

Puisque l'on a $1 \leqslant \ell \leqslant 5$, les valeurs permises pour ℓ compte tenu de la condition 22 b), sont $\ell = 2$ et $\ell = 4$.

On peut remarquer que tous les éléments sont nuls pour

M = 3 , 1 , -1 , -3 .

D'où

a) $\ell=2$ et $M=2$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,2672
1	0	1	0	
0	$-k\sqrt{5/4}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	-0,2672

Il vient :

$$m_{1,23} = K_2\, e^{2i\varphi_1}(e^{2iX_{23}} - 1)BW1$$

$$K_2 = 1,013\ k^2$$

et pour $\ell=2$ et $M=-2$

$$m_{1,23} = -K_2\, e^{-2i\varphi_1}(e^{-2iX_{23}} - 1)BW1$$

$\ell = 2$ et $M = 0$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,1195
1	0	-1	0	
0	$-k\sqrt{5/4}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0
-1	0	1	0	
-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	-0,1195

soit :

$$m_{1,23} = 0,548\, K_2(e^{-2iX_{23}} - e^{2iX_{23}})BW1$$

b) $\ell = 4$ et $M = 2$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
4	$3k/8\sqrt{35/2}.e^{4i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,2108
3	0	-1	0	
2	$-3k/4\sqrt{5/2}.e^{2i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	-0,1952

.../

/...

1	0	1	0	
0	9k/8	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	-0,1260

D'où

$$m_{1,23} = K_4 e^{2i\varphi_1}(7 e^{-2iX_{23}} - 3 e^{2iX_{23}} - 4)BW1$$

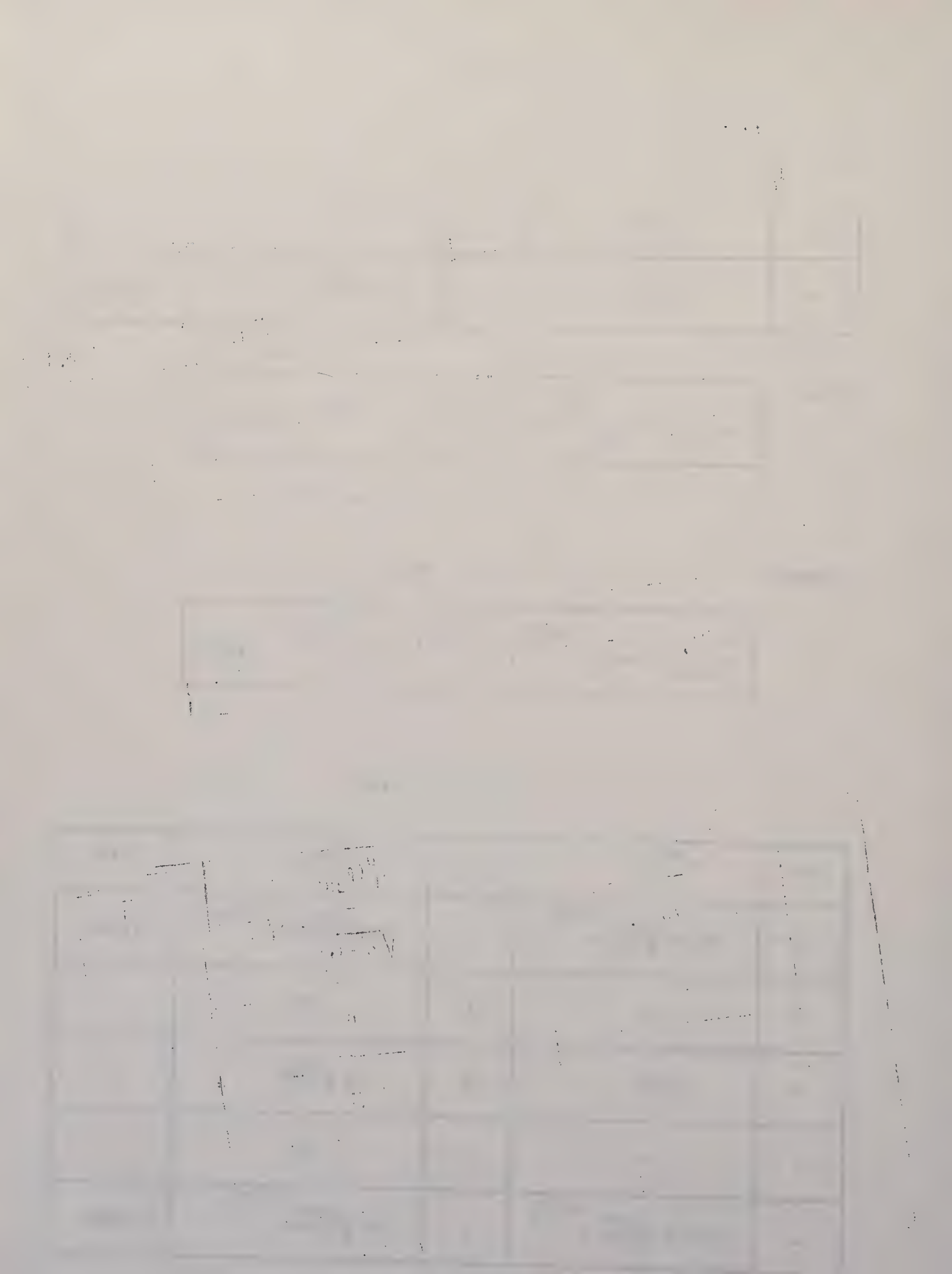
$$K_4 = 0,171\ k^2$$

et pour $\ell = 4 \quad M = -2$

$$m_{1,23} = -K_4 e^{-2i\varphi_1}(7 e^{2iX_{23}} - 3 e^{-2iX_{23}} - 4)BW1$$

$\ell = 4$ et $M = 0$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
2	$-3k/4\sqrt{5/2}.e^{2i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,2182
1	0	-1	0	
0	9k/8	0	$-k\sqrt{5/4}$	0
-1	0	1	0	
-2	$-3k/4\sqrt{5/2}.e^{-2i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,2182



soit :

$$m_{1,23} = 5,477 K_4 \left(e^{2iX_{23}} - e^{-2iX_{23}}\right) BW1$$

7ème cas : $J^\pi = 3^-$ (parité naturelle)

Les valeurs permises pour $1 \leqslant \ell \leqslant 5$ sont $\ell = 1, 3, 5$.

On peut montrer que les éléments sont nuls pour $M = 2, 0, -2$.

a) $\ell = 1$ et $M = 3$

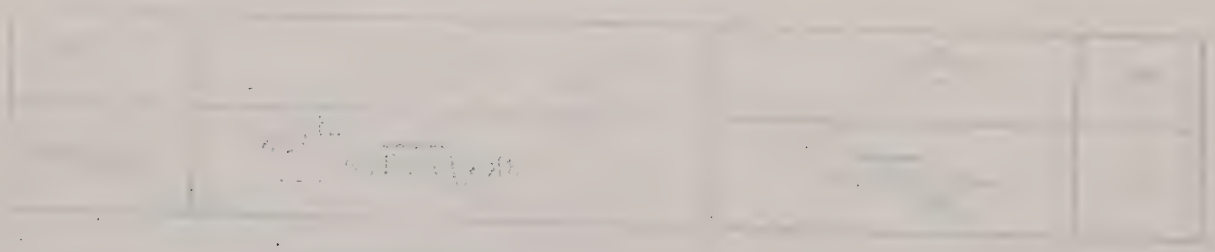
m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
1	$-k\sqrt{3/2}.e^{i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,3779

$$m_{1,23} = K_1 e^{3i\varphi_1} e^{2iX_{23}} BW1$$

$$K_1 = -1,677\, k^2$$

et pour $\ell = 1$ et $M = -3$

$$m_{1,23} = -K_1 e^{-3i\varphi_1} e^{-2iX_{23}} BW1$$



ℓ=1 et M=1

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
1	$-k\sqrt{3/2}.e^{i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,2390
0	0	1	0	
-1	$k\sqrt{3/2}.e^{-i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,0976

d'où

$$m_{1,23} = -0,258\ K_1\ e^{i\varphi_1}(2 + e^{2iX_{23}})BW1$$

et pour ℓ=1 et M=-1

$$m_{1,23} = 0,258\ K_1\ e^{-i\varphi_1}(2 + e^{-2iX_{23}})BW1$$

b) ℓ=3 et M=3

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
3	$-k\sqrt{35/16}.e^{3i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,2440
2	0	1	0	
1	$k\sqrt{21/16}.e^{i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,1543

soit :

$$m_{1,23} = K_3\, e^{3i\varphi_1}(5 + 3\, e^{2iX_{23}})BW1$$

$$K_3 = 0,213\, k^2$$

et $\ell=3$ et $M=-3$

$$m_{1,23} = -K_3\, e^{-3i\varphi_1}(5 + 3\, e^{-2iX_{23}})BW1$$

$\ell=3$ et $M=1$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
3	$-k\sqrt{35/16}.e^{3i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,1543
2	0	-1	0	
1	$k\sqrt{21/16}.e^{i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	-0,1464
0	0	1	0	
-1	$-k\sqrt{21/16}.e^{-i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,2390

soit :

$$m_{1,23} = 0,774\, K_3\, e^{i\varphi_1}(3 - 6\, e^{2iX_{23}} - 5\, e^{-2iX_{23}})BW1$$

et pour $\ell=3$ et $M=-1$

$$m_{1,23} = -0,774\, K_3\, e^{-i\varphi_1}(3 - 6\, e^{-2iX_{23}} - 5\, e^{2iX_{23}})BW1$$

c) $\ell=5$ et $M=3$

m	$Y_\ell^m(\varphi)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
5	$-k\sqrt{2,707}\, e^{5i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,3015
4	0	-1	0	
3	$k\sqrt{1,5030}\, e^{3i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,1101
2	0	1	0	
1	$-15k/8\sqrt{11/30}\, e^{i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,0208

soit

$$m_{1,23} = K_5\, e^{3i\varphi_1}(4,50\, e^{-2iX_{23}} + 0,214\, e^{2iX_{23}} + 1)BW1$$

$$K_5 = -0,399\, k^2$$

et pour $\ell=5$ et $M=-3$

$$m_{1,23} = -K_5\, e^{-3i\varphi_1}(4,50\, e^{2iX_{23}} + 0,214\, e^{-2iX_{23}} + 1)BW1$$

$\ell = 5$ et $M = 1$

m	$Y_\ell^m(\varphi_1)$	μ	$Y_L^\mu(\varphi_{23})$	W3J
3	$k\sqrt{1,5039}\, e^{3i\varphi_1}$	-2	$3k\sqrt{5/24}.e^{-2i\varphi_{23}}$	0,1741
2	0	-1	0	
1	$-15k/8.\sqrt{11/30}\, e^{i\varphi_1}$	0	$-k\sqrt{5/4}$	0,1974
0	0	1	0	
-1	$15k/8.\sqrt{11/30}\, e^{-i\varphi_1}$	2	$3k\sqrt{5/24}.e^{2i\varphi_{23}}$	0,0806

Soit en effectuant la somme :

$$m_{1,23} = -1,662\, K_5\, e^{i\varphi_1}(1,165\, e^{-2iX_{23}} + 0,500\, e^{2iX_{23}} + 1\ .)BW1$$

et $\ell = 5$ et $M = -1$

$$m_{1,23} = 1,662\, K_5\, e^{-i\varphi_1}(1,165\, e^{2iX_{23}} + 0,500\, e^{-2iX_{23}} + 1\ )BW1$$

TABLEAU RECAPITULATIF

J	ℓ	M	K	Résultat pour $m_{1,23}$ / (K.BW1)
0^+	2	0	$1,118\ k^2$	$3\cos^2 X_{23} - 1$
1^-	1	1	$0,4328\ k^2$	$e^{i\varphi_1}(1 + 3\,e^{2iX_{23}})$
		-1	"	$-e^{-i\varphi_1}(1 + 3\,e^{-2iX_{23}})$
	3	1	$-0,2651\ k^2$	$e^{i\varphi_1}(5\,e^{-2iX_{23}} + e^{2iX_{23}} + 2)$
		-1	"	$-e^{-i\varphi_1}(5\,e^{2iX_{23}} + e^{-2iX_{23}} + 2)$
1^+	2	0	$-4,744k^2$	$i \sin X_{23} \cos X_{23}$
2^+	0	2	$1,369\ k^2$	$e^{2i\varphi_1}\, e^{2iX_{23}}$
		0	"	$-\sqrt{2/3}$
		-2	"	$e^{-2i\varphi_1}\, e^{-2iX_{23}}$
	2	2	$-0,213k^2$	$e^{2i\varphi_1}(1 + e^{2iX_{23}})$
		0	"	$-\sqrt{2/3}\,(3\cos 2X_{23} - 1)$
		-2	"	$e^{-2i\varphi_1}(1 + e^{-2iX_{23}})$
	4	2	$0,455\ k^2$	$e^{2i\varphi_1}(7/2\,e^{-2iX_{23}} + 3/10\,e^{2iX_{23}} + 1)$
		0	"	$-\sqrt{6}\,(\cos 2X_{23} + 3/5)$
		-2	"	$e^{-2i\varphi_1}(7/2\,e^{2iX_{23}} + 3/10\,e^{-2iX_{23}} + 1)$

TABLEAU RECAPITULATIF (suite)

J	ℓ	M	K	Résultat pour $m_{1,23}$/ (K.BW1)
2^-	1	1	$0,967\ k^2$	$e^{i\varphi_1}(1 - e^{2iX_{23}})$
		-1	"	$e^{-i\varphi_1}(1 - e^{-2iX_{23}})$
	3	1	$-0,242\ k^2$	$e^{i\varphi_1}(5\,e^{-2iX_{23}} - 3\,e^{2iX_{23}} - 2)$
		-1	"	$e^{-i\varphi_1}(5\,e^{2iX_{23}} - 3\,e^{-2iX_{23}} - 2)$
3^+	2	2	$1,033\ k^2$	$e^{2i\varphi_1}(e^{2iX_{23}} - 1)$
		0	"	$0,548(e^{-2iX_{23}} - e^{2iX_{23}})$
		-2	"	$-e^{-2i\varphi_1}(e^{-2iX_{23}} - 1)$
	4	2	$0,171\ k^2$	$e^{2i\varphi_1}(7\,e^{-2iX_{23}} - 3\,e^{2iX_{23}} - 4)$
		0	"	$5,477\,(e^{2iX_{23}} - e^{-2iX_{23}})$
		-2	"	$-e^{-2i\varphi_1}(7\,e^{2iX_{23}} - 3\,e^{-2iX_{23}} - 4)$
3^-	1	3	$-1,677\ k^2$	$e^{3i\varphi_1}\,e^{2iX_{23}}$
		1	"	$-0,258\,e^{i\varphi_1}(2 + e^{2iX_{23}})$
		-1	"	$0,258\,e^{-i\varphi_1}(2 + e^{-2iX_{23}})$
		-3	"	$-e^{-3i\varphi_1}\,e^{-2iX_{23}}$

TABLEAU RECAPITULATIF (suite)

J	ℓ	M	K	Résultat pour $m_{1,23}$/ (K.BW1)
3^-	3	3	$0,213\,k^2$	$e^{3i\varphi_1}(5 + 3\,e^{2iX_{23}})$
		1	"	$0,774\,e^{i\varphi_1}(3 - 6\,e^{2iX_{23}} - 5\,e^{-2iX_{23}})$
		-1	"	$-0,774\,e^{-i\varphi_1}(3 - 6\,e^{-2iX_{23}} - 5\,e^{2iX_{23}})$
		-3	"	$-e^{-3i\varphi_1}(5 + 3\,e^{-2iX_{23}})$
	5	3	$-0,3938\,k^2$	$e^{3i\varphi_1}(4,50\,e^{-2iX_{23}} + 0,214\,e^{2iX_{23}} + 1)$
		1	"	$-1,662\,e^{i\varphi_1}(1,165\,e^{-2iX_{23}} + 0,500\,e^{2iX_{23}} + 1)$
		-1	"	$1,662\,e^{-i\varphi_1}(1,165\,e^{2iX_{23}} + 0,500\,e^{-2iX_{23}} + 1)$
		-3	"	$-e^{-3i\varphi_1}(4,50\,e^{2iX_{23}} + 0,214\,e^{-2iX_{23}} + 1)$

b) Calcul de l'élément de matrice total

Rappelons que chaque calcul est fait pour une valeur de ℓ et M données. On écrit ainsi :

$$A = m_{1,23} + m_{2,31} + m_{3,12} = A(M,\ell)$$

et

$$F_\ell(\vec{p_j}, \varepsilon_j) = \sum_M A(M,\ell) \times A(M,\ell)^*$$

Comme exemple, considérons le cas du spin 1^- pour la valeur $\ell = 1$.

On peut voir, d'après le tableau récapitulatif, que les valeurs $M = 1$ et -1 sont significatives. D'où

$$A(1,1) = K\left[e^{i\varphi_1}(1 + 3\,e^{2iX_{23}})BW1 + e^{i\varphi_2}(1 + 3\,e^{2iX_{31}})BW2 + e^{i\varphi_3}(1 + 3\,e^{2iX_{12}})BW3\right]$$

et

$$A(-1,1) = -K\left[e^{-i\varphi_1}(1 + 3\,e^{-2iX_{23}})BW1 + e^{-i\varphi_2}(1 + 3\,e^{-2iX_{31}})BW2 + e^{-i\varphi_3}(1 + 3\,e^{-2iX_{12}})BW3\right]$$

Par suite :

$$F_1(\vec{p_j}, \varepsilon_j) = |A(1,1)|^2 + |A(-1,1)|^2$$

c) Evaluation des angles intervenant dans le calcul de l'élément de matrice total

- axe de quantification normal au plan : (calcul précédent)

Dans le calcul, il s'agit d'évaluer les angles φ_1 , φ_2 , φ_3 , ainsi que les différences que nous avons fait apparaître :

$$\varphi_{ij} - \varphi_k = X_{ij}$$

Il est nécessaire de choisir pour le calcul des angles $\varphi_{i,j,k}$, une direction de référence. Prenons la direction d'émission de la particule m_1 . Dans ce cas, il vient :

$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_2 = \theta_{12}$$

$$\varphi_3 = 2\pi - \theta_{31}$$

Les angles θ_{12} et θ_{31} sont donnés par les relations 8) . Les angles X_{ij} sont, quant à eux, calculés à l'aide des relations 9).

- axe de quantification confondu avec la direction $\overrightarrow{p_1}$ -

Dans ce cas, les calculs des différents éléments de matrice faits précédemment ne sont plus valables. Il faut reconsidérer l'expression générale 16), ainsi que celles qui sont déduites par permutation circulaire. En effet, d'après ce nouveau choix, les directions $\overrightarrow{p_i}$ et $\overrightarrow{q_{jk}}$ sont définies différemment. On a pour ces directions :

$\overrightarrow{p_1}$: $\theta_1 = \theta$ et φ_1 quelconque (inutilisé du fait que $\theta_1 = 0$)

$\overrightarrow{p_2}$: $\theta_2 = \theta_{12}$ et $\varphi_2 = \varphi$

$\overrightarrow{p_3}$: $\theta_3 = \theta_{31}$ et $\varphi_3 = \varphi + \pi$

$\overrightarrow{q_{23}}$: $x_{23} = X_{23}$ et $\varphi_{23} = \varphi$

$\overrightarrow{q_{31}}$: $x_{31} = 2\pi - \theta_{12} - X_{31}$ et $\varphi_{31} = \varphi + \pi$

$\overrightarrow{q_{12}}$: $x_{12} = \theta_{31} - X_{12}$ et $\varphi_{12} = \varphi + \pi$

La valeur φ est quelconque et n'intervient pas dans le calcul final.

d) Comportement limite de l'élément de matrice total

Nous allons considérer le comportement limite de l'élément de matrice $A(M, \ell)$ qui correspond à une valeur de M donnée ainsi qu'à une valeur ℓ.

1 - dans le cas de spins impairs $J < 3$, ou de parités négatives , la densité est nulle au centre du diagramme de DALITZ :

Nous avons vu que le centre du diagramme correspond au cas : $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = H/3$. En ce point, le calcul des angles donne les résultats suivants :

$\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 2\pi/3$ et $\varphi_3 = 4\pi/3$

$X_{23} = X_{31} = X_{12} = \pi/2$.

Par ailleurs :

$$BW1 = BW2 = BW3 = BW$$

Ces conditions permettent de remarquer que les éléments $A(M,\ell)$ sont nuls pour les spins : 1^+ , 1^- , 2^- , 3^+ .

a) $J^\pi = 1^-$

Le tableau récapitulatif montre qu'au centre du diagramme on a

$$A(M,\ell) = Cte(e^{\pm i\varphi_1} + e^{\pm i\varphi_2} + e^{\pm i\varphi_3})$$

Cette somme est nulle pour chaque M et chaque ℓ . Par suite , $F(\vec{p_j}, \varepsilon_j)$ s'annule pour chaque valeur de ℓ .

b) $J^\pi = 1^+$

Les angles X_{ij} valant $\pi/2$, il en découle que les termes $i \sin X_{ij}$ $\cos X_{ij}$ sont nuls. On arrive donc à la même conclusion que précédemment.

c) $J^\pi = 2^-$

Mêmes remarques que pour le cas 1^- , compte tenu des valeurs se trouvant dans le tableau récapitulatif.

d) $J^\pi = 3^+$

On aboutit à des sommes du type

$$A(M,\ell) = Cte(e^{\pm 2i\varphi_1} + e^{\pm 2i\varphi_2} + e^{\pm 2i\varphi_3})$$

qui sont nulles au centre, ainsi qu'à des sommes du type

$A(M,\ell) = Cte(e^{-2iX_{ij}} - e^{2iX_{ij}})$ qui le sont aussi.

2 - dans le cas de spins J à parités non naturelles, la densité s'annule sur le contour du diagramme de DALITZ

Toutes les impulsions $\vec{p_i}$, $\vec{q_{jk}}$ sont dans ce cas, colinéaires. Avec le choix de l'axe de quantification suivant p_1, il est aisé de voir que tous les angles θ_i et x_{jk} valent 0 ou π. Tous les termes en Y_ℓ^m et Y_L^μ seront donc nuls, sauf pour $m = 0$ et $\mu = 0$. Puisque J est de parité non naturelle $J + \ell + L$ est impair. Ainsi, $\begin{pmatrix} \ell & L & J \\ m & \mu & -M \end{pmatrix}$ est nul, et tous les éléments $m_{i,jk}(M,\ell)$ le sont aussi.

Ces remarques ont déjà été formulées dans le cas de la désintégration ω^o en trois pions (Al 61 , St 62 , Sk 64) par d'autres méthodes et partiellement appliquées au cas de $^{11}B(p, 3\alpha)$ (Ma 65 , Gi 68).

L'étude de tels effets limites est d'un apport fondamental comme nous l'avons vu, pour déduire dans certains cas, le spin ou la parité du noyau qui se désintègre.

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE DE LA REACTION $^{11}B(p, 3\alpha)$

A - ENREGISTREMENT DES PARTICULES PAR UN COMPTEUR A SEMI-CONDUCTEURS - SPECTRES DIRECTS

Nous avons étudié les spectres de particules alpha émises dans la réaction pour des énergies de protons allant de 150 keV à 4 MeV. Ces expériences ont été effectuées en trois temps.

- de 150 keV à 300 keV à l'aide de l'Accélérateur SAMES de 300 keV du Laboratoire de Physique Nucléaire de Bordeaux.
- de 300 keV à 2 MeV à l'aide de l'Accélérateur Van de Graaff de l'I.N.S.T.N. à Saclay.
- de 2 MeV à 4 MeV à l'aide de l'Accélérateur Van de Graaff de 4 MeV de la Faculté des Sciences d'Orsay.

I - Montage expérimental

Lors des trois expé riences effectuées, nous avons utilisé sensiblement le même montage d'irradiation et d'enregistrement. Nous décrirons pour cela le montage type de ces expériences.

Au centre d'une chambre cylindrique (figure 8), était disposée, à 25° par rapport à la direction du faisceau, une cible mince de bore naturel (81,17 % de ^{11}B) déposé sur film de carbone dont l'épaisseur totale n'excédait pas 40 $\mu g/cm^2$.

Cette épaisseur correspond à un étalement d'environ

5 keV sur l'énergie des protons incidents.

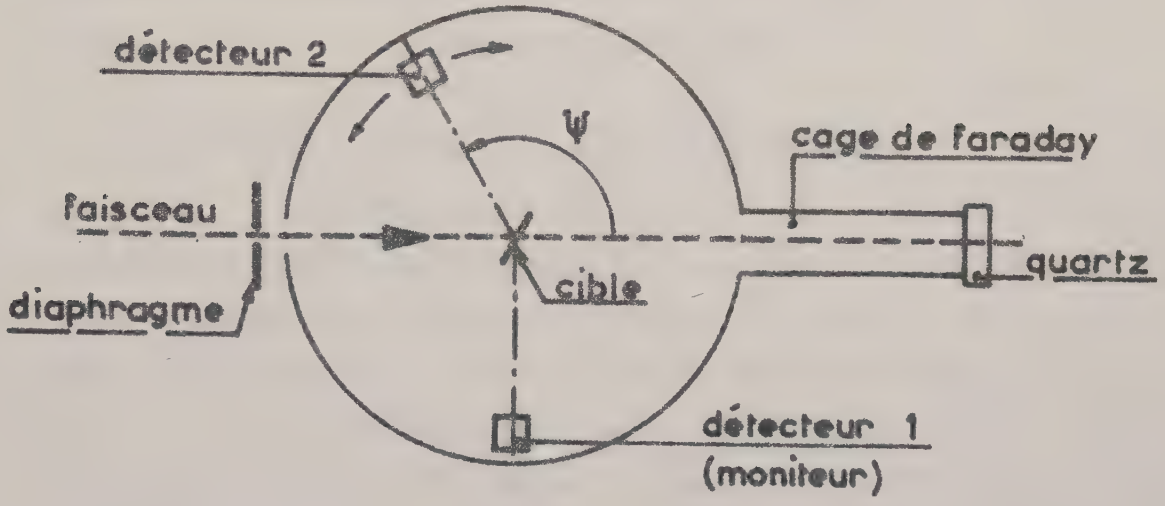


Fig. 8 : Schéma de principe de la chambre à irradiation et positions des détecteurs par rapport au faisceau.

Dans la chambre à irradiations autour de la cible étaient disposés deux détecteurs à semi-conducteurs du type barrière de surface, dont l'épaisseur permettait d'enregistrer des particules α jusqu'à 12 MeV. L'un de ces détecteurs, fixe, servait de moniteur, tandis que le second, mobile autour de la cible, permettait d'enregistrer les particules alpha dont le spectre en énergie devait être étudié pour un angle ψ donné. Chaque détecteur était relié à une chaîne d'analyse électronique classique compre-

nant un préamplificateur de charge, un amplificateur et un sélecteur (400 canaux ou 512 canaux). La résolution pour les particules α était d'environ 70 keV. Au cours de l'expérience, la charge du faisceau était mesurée à l'aide d'une cage de FARADAY permettant en particulier d'étudier les fonctions d'excitation des particules α .

II - Résultats expérimentaux et dépouillement

Au total, entre 150 keV et 4 MeV, plus de 100 spectres α ont été enregistrés pour les angles du compteur mobile de 30°, 90° et 165° par rapport à la direction du faisceau. Le pas en énergie des projectiles pouvait aller jusqu'à 5 keV aux alentours de certaines résonances.

Quelques spectres sont présentés figures 9 et 10 pour des énergies particulières du faisceau incident. Les spectres présentés correspondent à la position des résonances du ^{12}C et à un angle d'enregistrement de 90° dans le système du laboratoire.

On constate que ces spectres sont formés essentiellement d'un continuum et d'un pic étroit d'énergie élevée correspondant à

$$p + {}^{11}B \longrightarrow \alpha_o + {}^{8}Be .$$

Ces différents spectres ont ensuite été étalonnés en énergie à l'aide de réactions connues, telles que : $^{7}Li(p,\alpha)\alpha$, $^{6}Li(p,{}^{3}He)\alpha$ et de la réaction étudiée elle-même, à l'aide du pic α_o . Les courbes d'étalonnage sont sensiblement des droites montrant ainsi la faible épaisseur de la fenêtre d'entrée de la jonction.

1) Passage dans le système du centre de masse

Les spectres obtenus dans le système du centre de masse pour une réaction à trois corps sont, comme nous l'avons vu, des intégrales

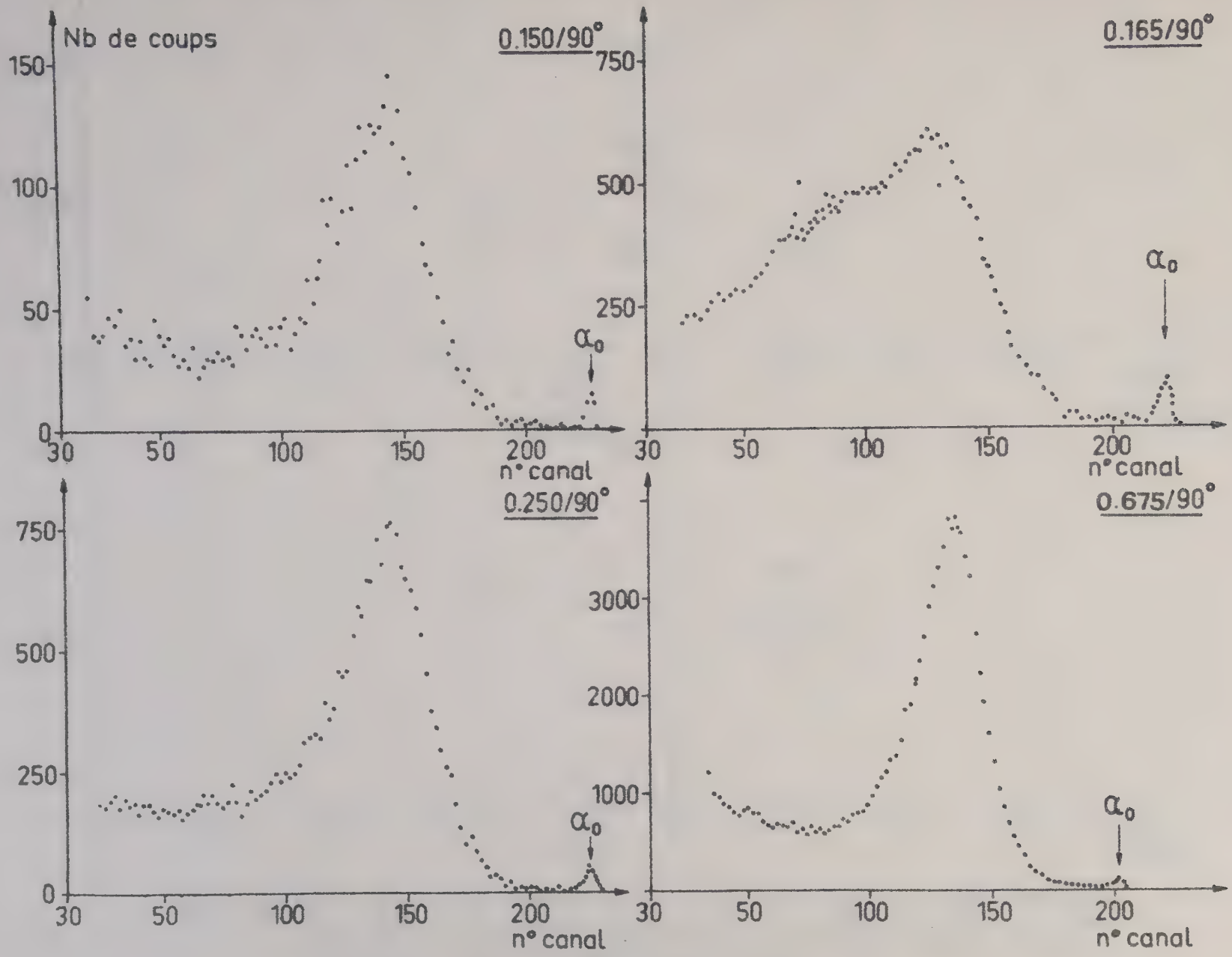

Nb de coups
0.150/90°
0.165/90°
0.250/90°
0.675/90°
α_0
n° canal
0
50
100
150
200
250
500
750
1000
2000
3000
30

fig: 9.

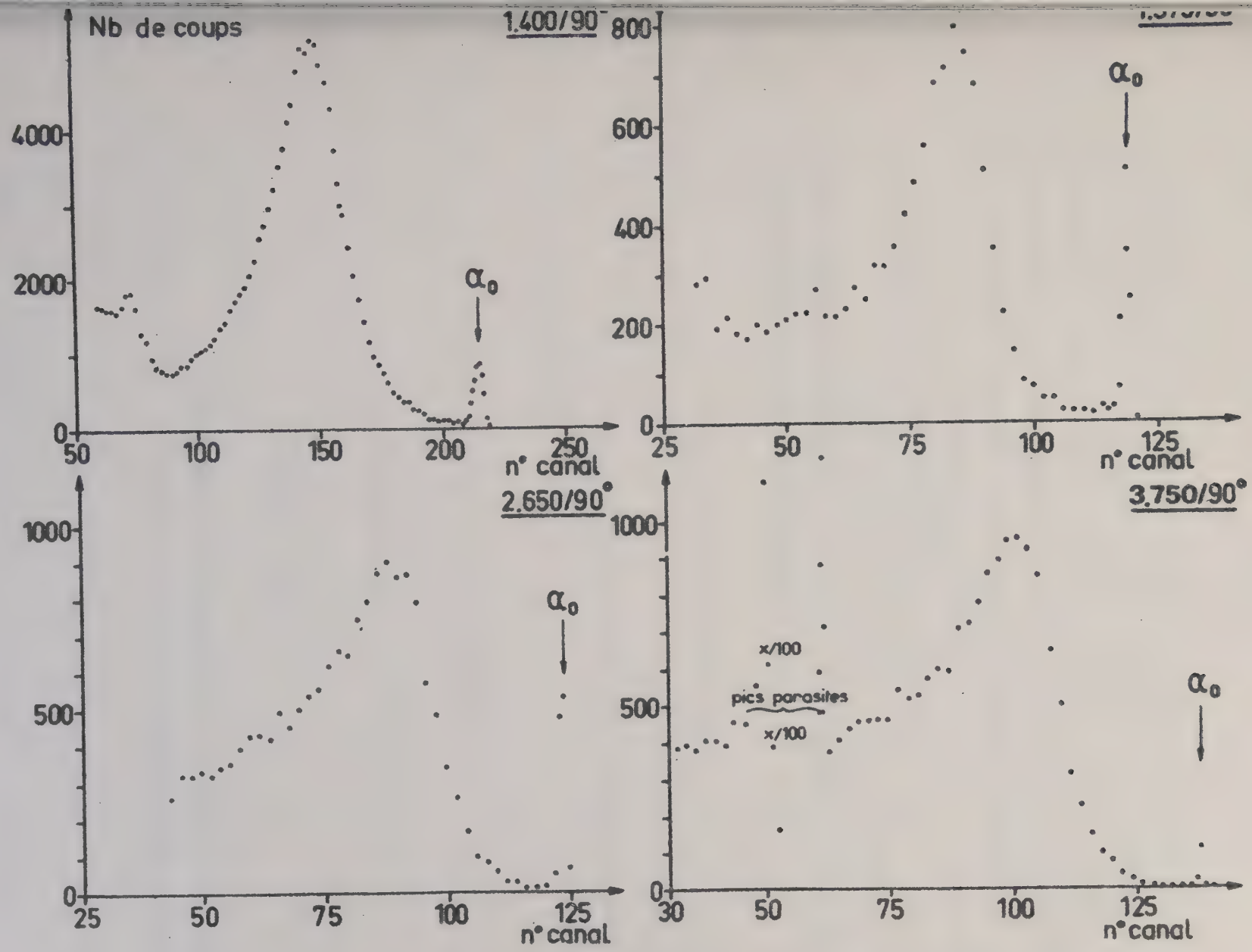


Fig. 9 et 10 : Aspects de quelques spectres de particules α enregistrés à un angle de 90°. Les enregistrements ne correspondent pas à un même étalonnage, mais les résultats sont présentés de manière à observer les variations de forme du spectre continu.

du diagramme de DALITZ sur un axe en énergie, et par suite, sont des spectres continus. Nous nous sommes proposé de transformer, dans le système du centre de masse, tous les spectres continus enregistrés dans le laboratoire. Cette transformation permet une étude plus souple des formes de spectre du point de vue théorique et même qualitatif.

Considérons que le spectre α obtenu est relatif à la particule α_1 identifiée par sa masse m_1 et son énergie E_1 .

Chaque tranche du spectre α dans le système du laboratoire est le nombre d'évènements enregistrés dans l'angle solide ΔW_1 sous-tendu par le détecteur et par unité d'énergie E_1

$$S_{Lab} = \Delta^2\sigma / \Delta W_1 . \Delta E_1$$

Si l'angle solide est petit et si la résolution en énergie est bonne, on peut écrire :

$$S_{Lab} = d^2\sigma / dW_1 . dE_1$$

L'erreur statistique correspondante sera

$$\Delta S_{Lab} = S_{Lab}^{1/2}$$

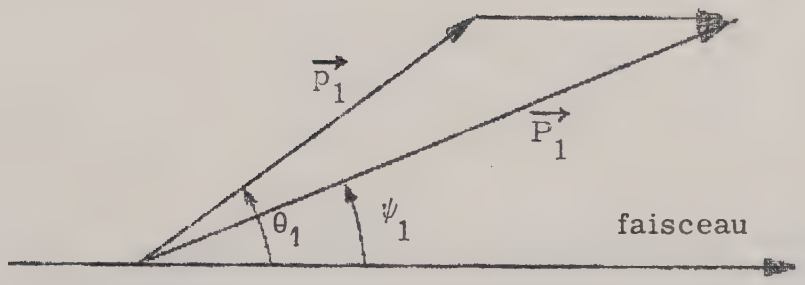
Les formules de passage dans le système du centre de masse de $A_1 + A_2$, en gardant les mêmes notations qu'au Chapitre I , sont :

24) $$u = A_1 . m_1 . E_o / (A_1 + A_2)^2$$

25) $$\varepsilon_1 = u + E_1 - 2(u . E_1)^{1/2} . \cos \psi_1$$

26) $$\operatorname{tg} \psi_1 = \sin \theta_1 / (\cos \theta_1 + \sqrt{u/\varepsilon_1})$$

$$m_1 \overrightarrow{P_o} / (A_1 + A_2)$$



27) $$d^2\sigma/d\varepsilon_1 \, d\omega_1 = d^2\sigma / dE_1 \, dW_1 \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial W_1}{\partial \omega_1} & \frac{\partial W_1}{\partial \varepsilon_1} \\ \frac{\partial E_1}{\partial \omega_1} & \frac{\partial E_1}{\partial \varepsilon_1} \end{vmatrix}$$

Le Jacobien qui traduit le passage de l'expression d'un spectre à l'autre est égal, après calcul des différentielles, à

$$J = \sqrt{\varepsilon_1/E_1}$$

Approximation :

Dans le domaine d'énergie étudié, on a

$0,150 \text{ MeV} \leqslant E_o \leqslant 4 \text{ MeV}$ et $0,004 \text{ MeV} \leqslant u \leqslant 0,11 \text{ MeV}$.

La partie du spectre continu de particule α qui peut être étudiée, s'étale approximativement de 1 MeV à 8 MeV (la limite supérieure dépend de l'énergie incidente. La limite inférieure est due essentiellement

au bruit de fond).

Il en résulte que le rapport u/E_1 est au plus égal à 1/10 vers les basses valeurs de E_1 .

Par suite, u/ε_1 est aussi très petit, et la relation 26) conduit à l'approximation

$$\theta_1 \simeq \psi_1 = \text{constante}$$

Ainsi, la variation de l'angle θ_1 est pratiquement nulle, lorsqu'on transforme le spectre continu du système du laboratoire au système du centre de masse. Le spectre continu dans le système du centre de masse peut donc, dans ce cas, être considéré comme s'il avait été enregistré par un détecteur virtuel placé dans le système du centre de masse à un angle θ_1 constant.

Cette constatation est d'une grande importance dans le cas de notre étude qui porte essentiellement sur la forme du spectre continu. La forme du spectre continu n'est pas fonction des effets de distribution angulaire des particules α_1.

Tous les spectres enregistrés au laboratoire ont été transformés dans le système du centre de masse à l'aide de l'ordinateur I.B.M. 1620 de la Faculté des Sciences de Bordeaux.

Lorsqu'un spectre était enregistré à un angle ψ_1 , on comptait simultanément, comme on l'a vu, le nombre d'évènements total dans un détecteur placé à une position angulaire fixe (90°). Soit T ce nombre d'évènements. On peut dans ce cas normaliser les spectres enregistrés à des angles divers (en particulier à 30° , 90° et 165°) pour chaque énergie des projectiles E_o .

Le spectre ainsi normalisé peut s'écrire :

$$d^2\sigma / dE_1\, dW_1 \text{ (normalisé)} = S_{Lab} \times Cte/T$$

La constante est de l'ordre de T afin d'obtenir des spectres normalisés du même ordre de grandeur que ceux qui ont été enregistrés.

Cette relation se répercute dans le système du centre de masse où tous les spectres correspondant à la même énergie E_o, mais à des angles divers, sont ainsi normalisés entre eux. Cette opération permet d'étudier l'effet de distribution angulaire des particules α_1, en considérant les intensités du pic "α_1" ainsi obtenu à divers angles.

Par contre, si l'on veut étudier plus particulièrement la forme des spectres, il est préférable de les normaliser entre eux différemment. Pour cela, on ramène le maximum d'intensité du pic α_1 à la même valeur pour tous les spectres continus. Cette opération permettra de mieux apprécier qualitativement les changements de formes.

Enfin, pour faciliter l'étude théorique des spectres, ceux-ci ont été ramenés à des variations en énergies ε_1 par pas discrets, après avoir amélioré la statistique par "lissage" de la façon suivante :

Considérons une région en énergies du spectre obtenu dans le centre de masse ε_{i-1}, ε_i, ε_{i+1}, ε_{i+2}, etc ... avec les intensités correspondantes : s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, s_{i+2}, etc ... (figure 11).

On écrit que le nombre d'évènements S_i correspondant statistiquement à ε_i est $S_i = s_{i-1} + s_i + s_{i+1}$ lorsque l'intervalle d'énergie $\Delta\varepsilon = (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)$ moyen est petit par rapport au pas en énergie que l'on choisit. L'erreur statistique correspondante est alors en vertu de la loi de propagation des erreurs :

$$\Delta S_i = (\Delta^2 s_{i-1} + \Delta^2 s_i + \Delta^2 s_{i+1})^{1/2}$$

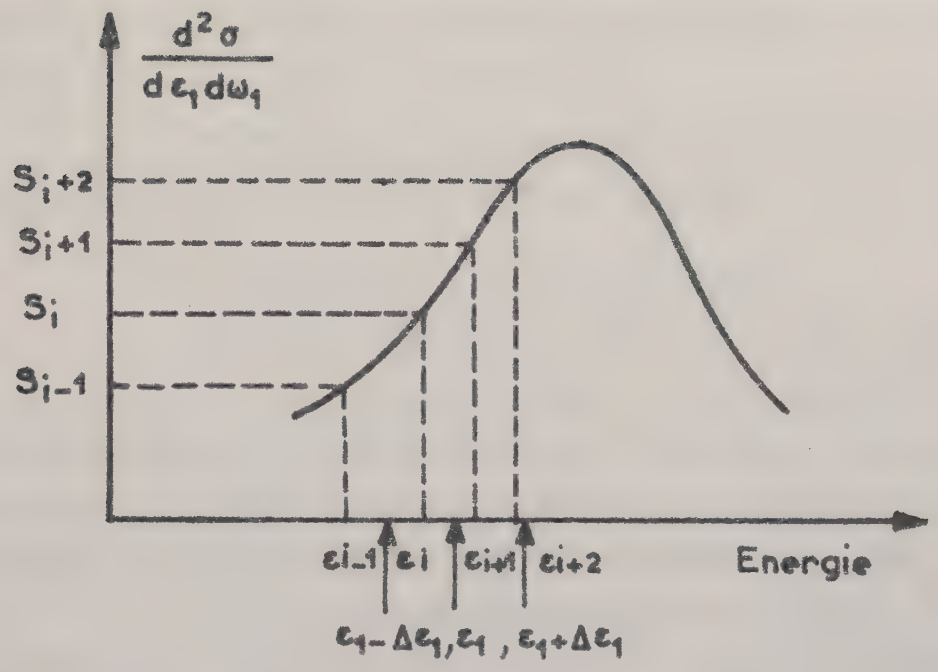


Fig. 11 : Lissage d'un spectre continu.

On effectue la même opération pour ε_{i+1} , ε_{i+2} , etc ... On obtient un nouveau spectre S_{i-1} , S_i , S_{i+1} , S_{i+2} , etc ... ,"lissé".

On peut remarquer ainsi que cette méthode améliore l'erreur relative $\Delta S_i/S_i$ par rapport à $\Delta s_i/s_i$ à condition que ceci ne se fasse pas aux dépends de la résolution.

Pour obtenir ensuite la valeur du spectre à une énergie discrète ε_1 comprise entre ε_i et ε_{i+1} , il suffit d'effectuer une interpolation linéaire entre S_i et S_{i+1} .

Toutes ces opérations ont été effectuées sur les spectres transformés au système du centre de masse.

Les figures 12 et 13 montrent les spectres ramenés à la même intensité maximale pour diverses énergies E_o et correspondant aux angles d'enregistrement de 90° et 165° .

La fonction d'excitation que nous avons déduite expérimentalement est portée simultanément sur ces figures.

2) Remarques sur les résultats obtenus

L'examen des spectres à 30° , 90° , 165° montre que la forme des spectres ne change pas d'un angle à l'autre pour la même énergie E_o . Si l'on compare en effet les spectres α normalisés à partir de ces trois angles, on constate qu'ils se superposent rigoureusement quant à leur forme. Ceci avait été prévu par l'approximation : $u \ll \varepsilon_1$.

On peut constater surtout d'après les figures 12 et 13 , sur lesquelles sont portées simultanément les fonctions d'excitation "α_1", que les formes de spectres changent avec l'énergie incidente E_o , mais ne sont pas une fonction monotone de celle-ci. La forme du spectre continu varie en effet brusquement dans certains domaines d'énergie montrant ainsi l'effet de résonance du noyau composé de ^{12}C .

Il y a en particulier un changement brusque de forme entre 165 keV et 250 keV , puis un nouveau changement progressif de 1,9 MeV à 2,65 MeV .

L'effet le plus spectaculaire se situe entre 165 keV et 250 keV . Là, non seulement la forme change brusquement dans un domaine d'énergie étroit, mais encore la position du sommet du spectre continu subit un déplacement très sensible, inexplicable par la cinématique (le ΔE_o étant très petit, la position du pic α_1 ne devrait pas changer sensiblement). La figure 14 montre ce résultat, où l'on voit bien les deux phénomènes : net changement de forme et variation de la position en énergie du pic "α_1".

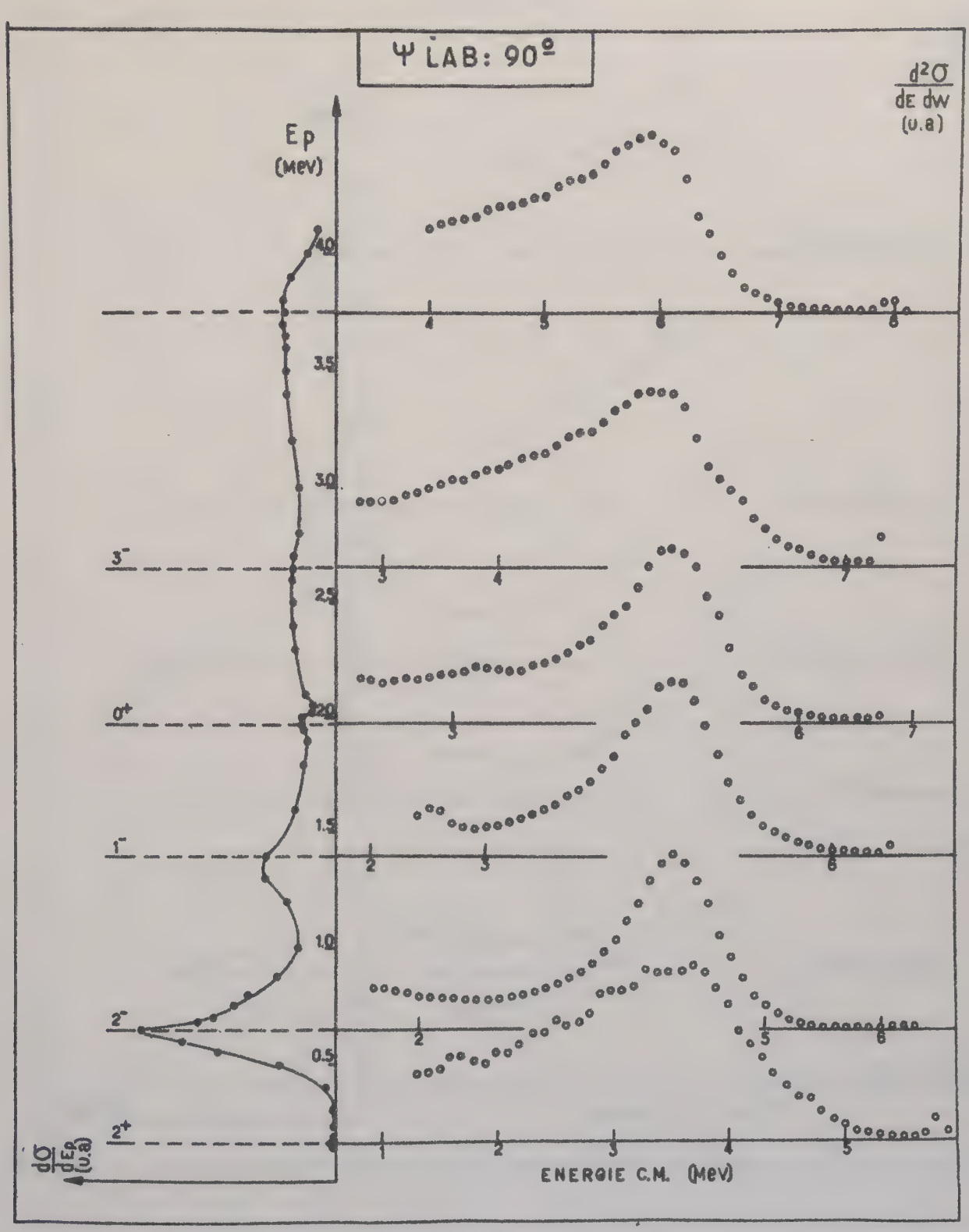


Fig. 12 : Spectres α normalisés dans le système du centre de masse, obtenus à partir d'un enregistrement à 90°, en fonction de l'énergie des projectiles. Les abscisses des spectres ont été décalées afin de mieux voir la variation de forme par superposition.

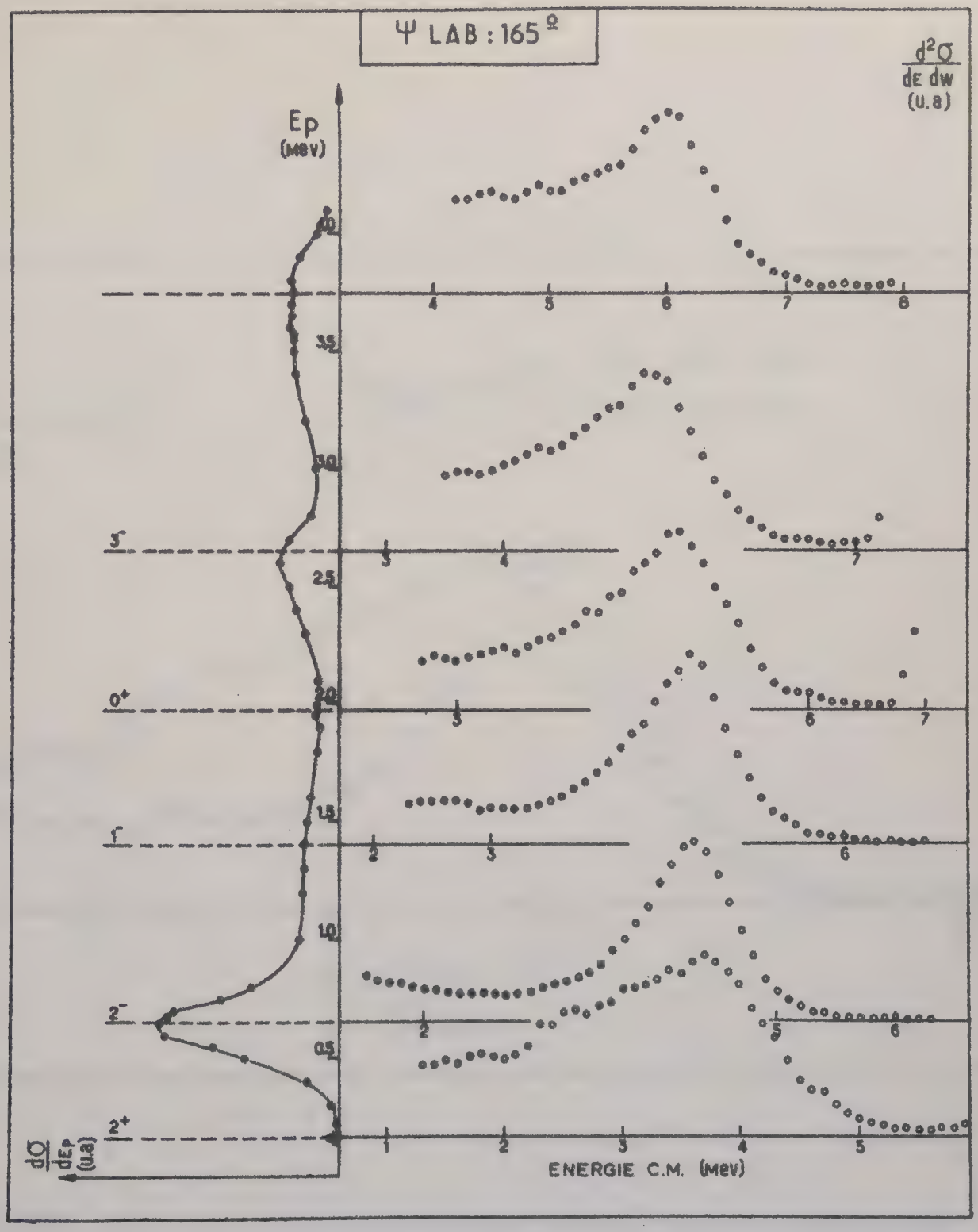


Fig. 13 : Même représentation que Fig. 12, pour un angle d'enregistrement de 165° .

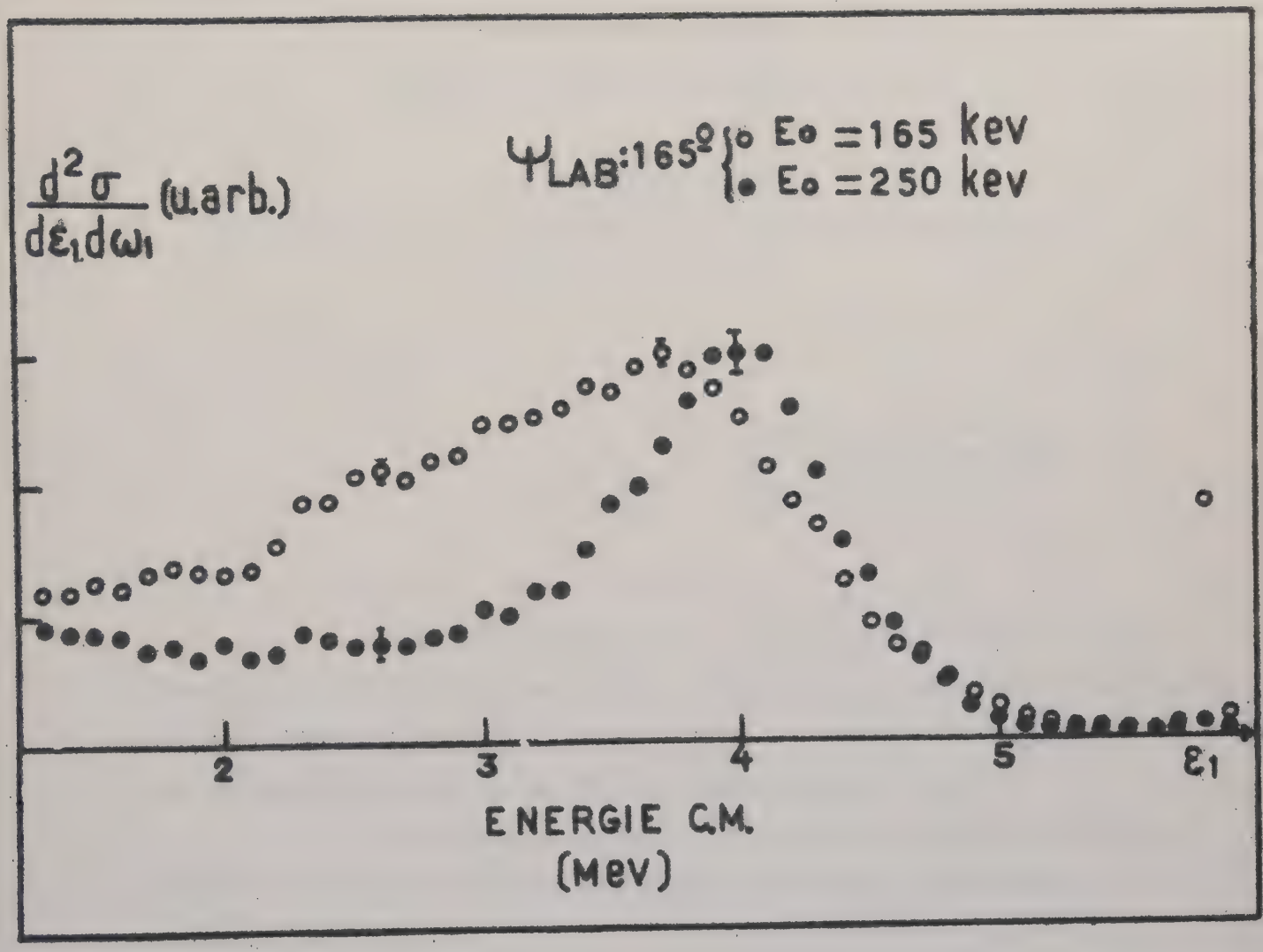
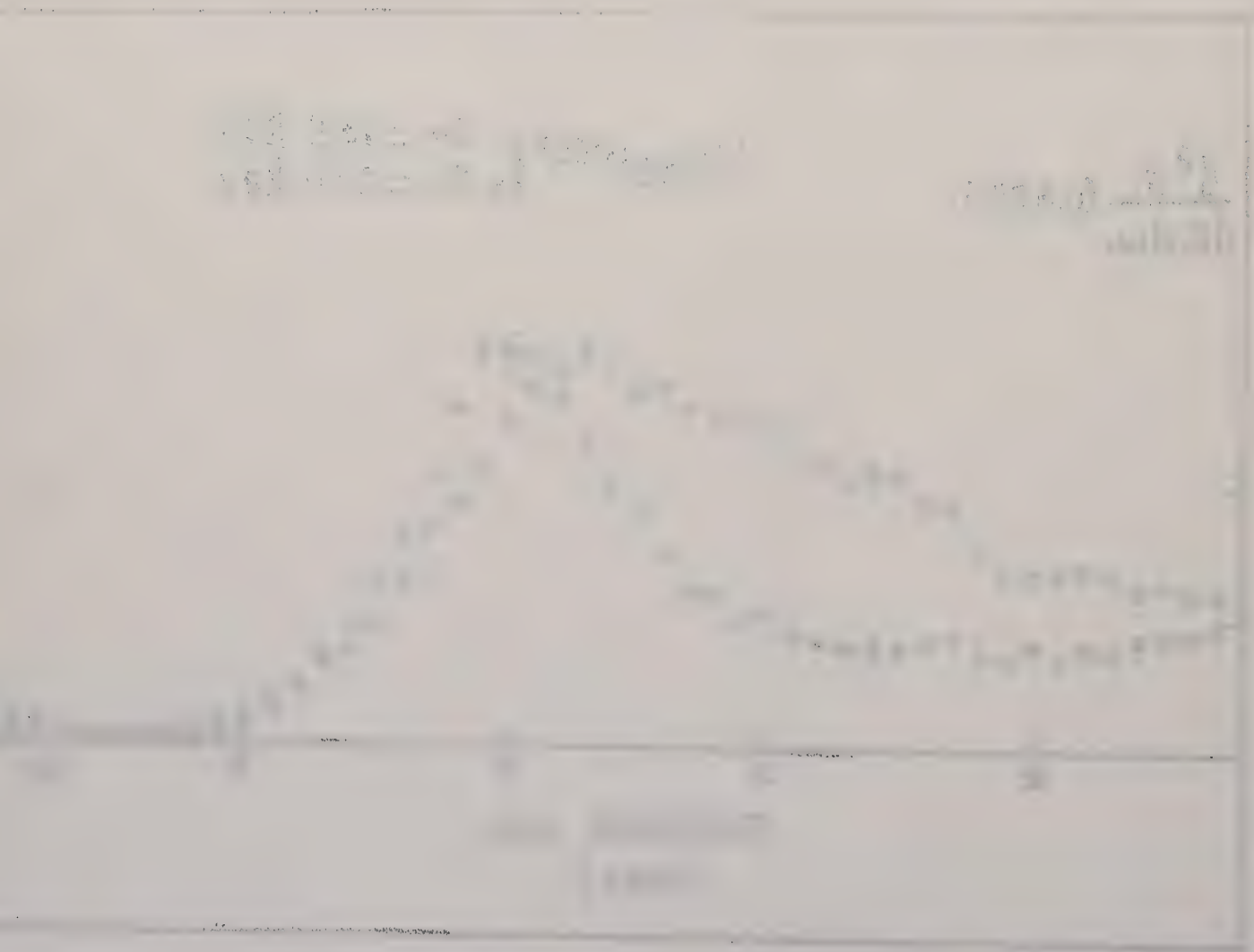


Fig. 14 : Spectres continus de particules α obtenus à un même angle d'enregistrement pour deux énergies voisines E_o des projectiles. On constate le net changement de forme, ainsi que le déplacement en énergie du pic.



III - Analyse théorique des résultats

a) Etude des formes de spectres α à l'aide de la corrélation angulaire expérimentale $1+a_2 \cos^2 X + a_4 \cos^4 X$

Considérons à nouveau l'expression semi-théorique 21)

$$d^2\sigma/d\varepsilon_1\, d\omega_1 = \frac{\sqrt{\varepsilon_1(2H - 3\varepsilon_1)}}{(3/2\,\varepsilon_1 - \varepsilon_o)^2 + (\Gamma/2)^2} + 2/(A+B/3+C/5) \cdot \int_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}} \frac{A+B\cos^2 X_{31} + C\cos^4 X_{31}}{(3/2\,\varepsilon_2 - \varepsilon_o)^2 + (\Gamma/2)^2}\, d\varepsilon_2$$

Cette expression traduit, comme nous l'avons vu, une interaction dans l'état final entre deux particules α, nous forme résonnante, ainsi que l'effet de spin, introduit sous forme de corrélation angulaire, dont nous allons déterminer les coefficients expérimentalement.

La méthode employée était la suivante : cinq paramètres doivent être déterminés expérimentalement dans cette expression :
A, B, C, ε_o, Γ.

Soit S_A le spectre obtenu pour $A = 1$, $B = 0$, $C = 0$

Soit S_B le spectre obtenu pour $A = 0$, $B = 1$, $C = 0$

Soit S_C le spectre obtenu pour $A = 0$, $B = 0$, $C = 1$.

Le spectre théorique peut s'écrire alors pour une énergie $\varepsilon_1(i)$ donnée :

$$S_{th}(i) = C_1 \cdot S_A + C_2 \cdot S_B + C_3 \cdot S_C$$

Pour chaque énergie $\varepsilon_1(i)$, on compare ensuite le spectre expérimental $S_{exp}(i)$ avec le spectre théorique correspondant $S_{th}(i)$, tandis que l'erreur expérimentale est $\Delta S(i)$.

Lorsque l'intervalle d'énergies $\Delta \varepsilon_1$ s'étend de $i = i_1$ à $i = i_2$, on peut définir la fonction :

$$\chi^2 \text{ moyen} = \frac{1}{i_2 - i_1 + 1} \sum_{i=i_1}^{i=i_2} \frac{\left[S_{th}(i) - S_{exp}(i)\right]^2}{\Delta S^2(i)}$$

dont on va chercher le minimum par rapport à C_1 , C_2 , C_3 en calculant :

$$\partial \chi^2 / \partial C_1 = 0 \quad ; \quad \partial \chi^2 / \partial C_2 = 0 \quad ; \quad \partial \chi^2 / \partial C_3 = 0$$

Ces trois relations conduisent au système :

$$C_1 \cdot A_{11} + C_2 \cdot A_{12} + C_3 \cdot A_{13} = B_1$$

$$C_1 \cdot A_{21} + C_2 \cdot A_{22} + C_3 \cdot A_{23} = B_2$$

$$C_1 \cdot A_{31} + C_2 \cdot A_{32} + C_3 \cdot A_{33} = B_3$$

Si l'on pose $\sum_i = \sum_{i=i_1}^{i=i_2}$, les coefficients de ce système sont :

$$A_{12} = A_{21} = \sum_i \frac{S_A(i) \cdot S_B(i)}{\Delta S^2(i)}$$

$$A_{23} = A_{32} = \sum_i \frac{S_B(i) \cdot S_C(i)}{\Delta S^2(i)}$$

$$A_{13} = A_{31} = \sum_i \frac{S_C(i) \cdot S_A(i)}{\Delta S^2(i)}$$

$$A_{11} = \sum_i \left[\frac{S_A(i)}{\Delta S(i)} \right]^2$$

$$A_{22} = \sum_i \left[\frac{S_B(i)}{\Delta S(i)} \right]^2$$

$$A_{33} = \sum_i \left[\frac{S_C(i)}{\Delta S(i)} \right]^2$$

$$B_1 = \sum_i \frac{S_A(i) \cdot S_{exp}(i)}{\Delta S^2(i)}$$

$$B_2 = \sum_i \frac{S_B(i) \cdot S_{exp}(i)}{\Delta S^2(i)}$$

$$B_3 = \sum_i \frac{S_C(i) \cdot S_{exp}(i)}{\Delta S^2(i)}$$

On tire alors C_1 , C_2 , C_3 du système après avoir calculé les coefficients. Pour cela, il faut d'abord calculer les spectres théoriques partiels que l'on détermine à l'aide des deux derniers paramètres EN (relié à ε_o par $EN = H - Q_2 - \varepsilon_o$) et Γ .

A l'aide de l'ordinateur I.B.M. 360/44 de la Faculté des Sciences de Bordeaux, on calculait donc pour chaque couple EN , Γ , les spectres :

$$S_A = \frac{\sqrt{\varepsilon_1(2H-3\varepsilon_1)}}{(\frac{3}{2}\varepsilon_1 - \varepsilon_o)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} + 2 \int_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}} \frac{d\varepsilon_2}{(\frac{3}{2}\varepsilon_2 - \varepsilon_o)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$S_B = \frac{\sqrt{\varepsilon_1(2H-3\varepsilon_1)}}{(\frac{3}{2}\varepsilon_1 - \varepsilon_o)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} + 6 \int_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}} \frac{\cos^2 X_{31}\, d\varepsilon_2}{(\frac{3}{2}\varepsilon_2 - \varepsilon_o)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

$$S_C = \frac{\sqrt{\varepsilon_1(2H-3\varepsilon_1)}}{(\frac{3}{2}\varepsilon_1 - \varepsilon_o)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} + 10 \int_{\varepsilon_{2m}}^{\varepsilon_{2M}} \frac{\cos^4 X_{31}\, d\varepsilon_2}{(\frac{3}{2}\varepsilon_2 - \varepsilon_o)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

à chaque valeur ε_1 variant de 0 à $\frac{2}{3}H$ par pas discret. Tous les coefficients étant ainsi déterminés, on obtient C_1 , C_2 , C_3 , EN , Γ , ainsi que le χ^2 moyen. On effectuait ensuite toutes les combinaisons possibles entre les variations de EN et Γ pour obtenir le minimum de χ^2 moyen .

En divisant le spectre total par $C_1 + C_2 + C_3$, on remarque alors que $A = C_1$, $B = 3C_2$, $C = 5C_3$.

Les figures 15 et 16 représentent les variations de tous les paramètres en fonction de l'énergie incidente pour les angles $\psi_1 = 90°$

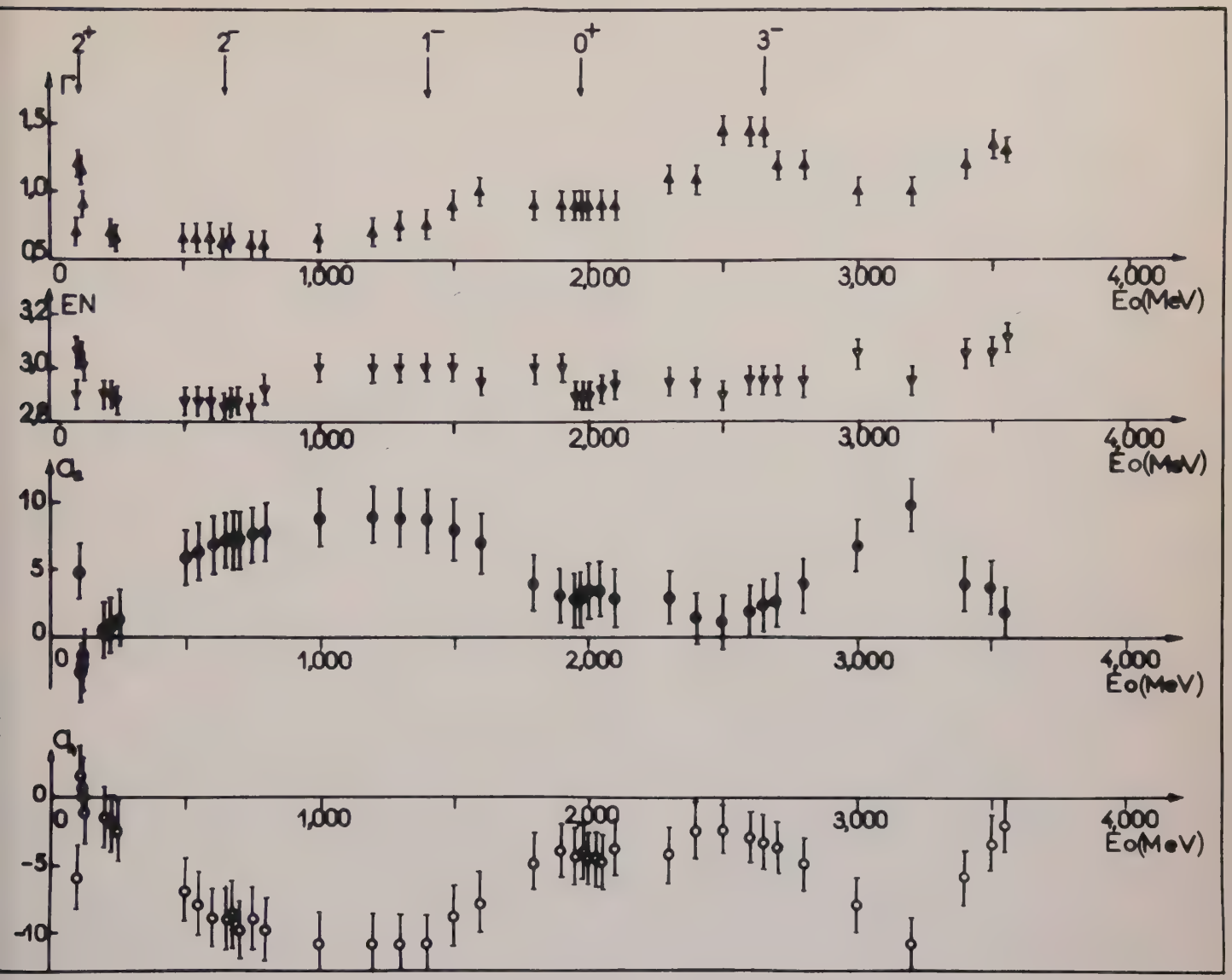


Fig. 15 : Comportement des paramètres Γ (MeV) , EN (MeV) et de la corrélation $1 + a_2 \cos^2 X + a_4 \cos^4 X$ en fonction de l'énergie des projectiles à $\psi = 90°$.

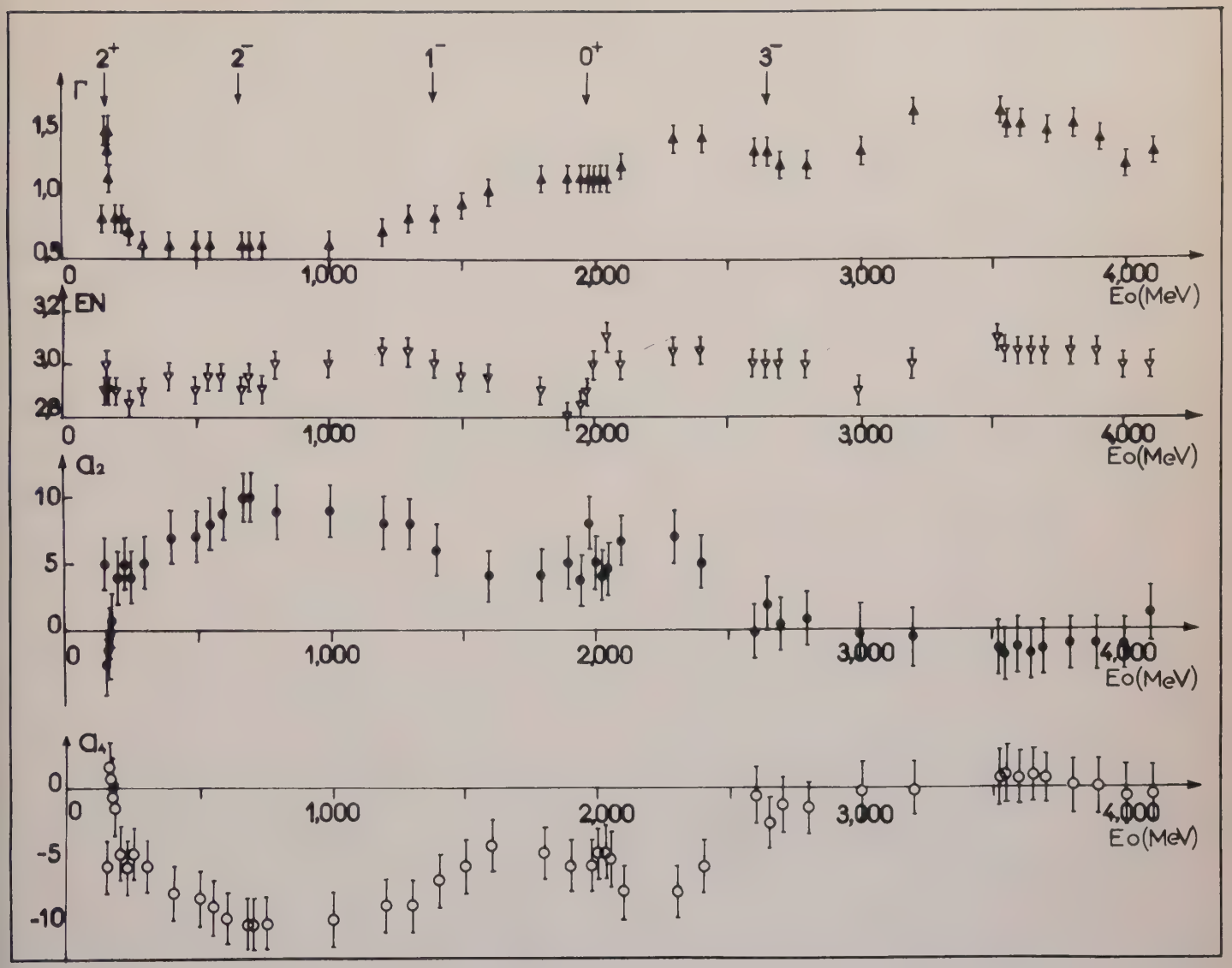


Fig. 16 : Même représentation que Fig. 15 pour ψ = 165° .

et 165°. Sur ces figures ont été portées les valeurs des paramètres a_2 et a_4 de la corrélation mise sous la forme :

$$1 + a_2 \cos^2 X_{31} + a_4 \cos^4 X_{31}$$

où $a_2 = B/A$; $a_4 = C/A$.

Les figures 17 , 18 , 19 représentent les spectres théoriques confrontés avec les spectres expérimentaux pour plusieurs énergies E_o . Les spectres sont présentés en particulier pour les énergies de 170 keV (2^+) ; 675 keV (2^-) ; 1,4 MeV (1^-) ; 1,975 MeV (0^+) ; 2,65 MeV (3^-) et 3,8 MeV (J ?) .

Conclusion sur les résultats quantitatifs

Une première constatation s'impose en examinant le comportement des paramètres a_2 , a_4 , Γ , EN .

1) Les coefficients a_2 et a_4 varient très sensiblement avec l'énergie E_o montrant ainsi que le spectre continu change de forme.

2) On ne peut donner une explication correcte des formes de spectres avec des paramètres EN et Γ constants .

On constate en effet que le paramètre Γ subit particulièrement de fortes variations entre 0,6 MeV et 1,5 MeV . Ce résultat est incompatible avec l'hypothèse de l'existence d'un premier état excité de ^{8}Be dont les paramètres sont connus et doivent rester constants. Si ce premier état intervient, comme on a tout lieu de le croire, puisque les paramètres trouvés sont quand même relativement proches dans certains cas des caractéristiques du niveau 2^+ de ^{8}Be , il faut en conclure que l'hypothèse faite sur la corrélation angulaire n'est pas suffisante. La valeur la plus anorma-

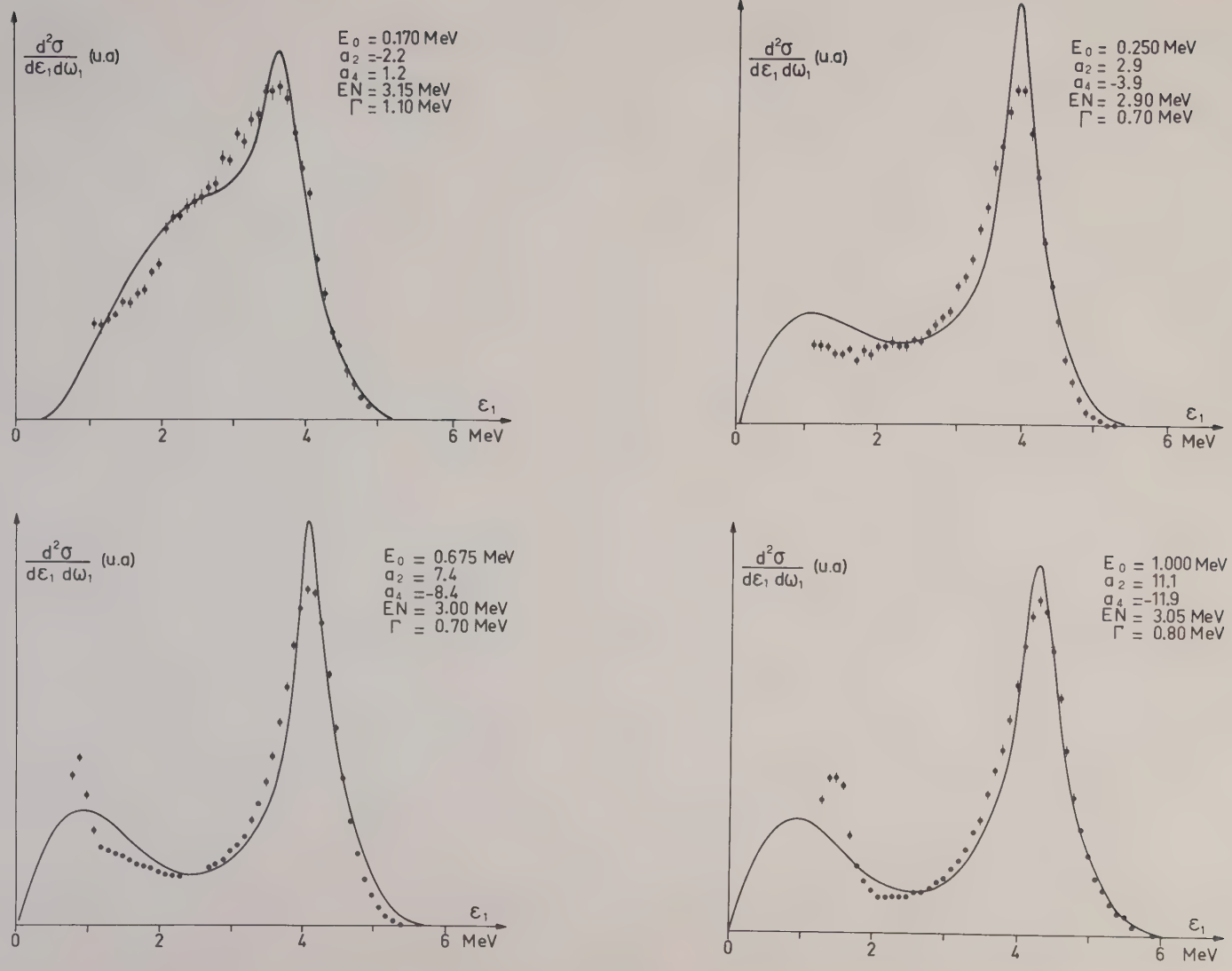

$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_1 d\omega_1}$ (u.a)
E_0 = 0.170 MeV
a_2 = -2.2
a_4 = 1.2
EN = 3.15 MeV
Γ = 1.10 MeV
ε_1
0
2
4
6 MeV
$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_1 d\omega_1}$ (u.a)
E_0 = 0.250 MeV
a_2 = 2.9
a_4 = -3.9
EN = 2.90 MeV
Γ = 0.70 MeV
ε_1
0
2
4
6 MeV
$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_1 d\omega_1}$ (u.a)
E_0 = 0.675 MeV
a_2 = 7.4
a_4 = -8.4
EN = 3.00 MeV
Γ = 0.70 MeV
ε_1
0
2
4
6 MeV
$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_1 d\omega_1}$ (u.a)
E_0 = 1.000 MeV
a_2 = 11.1
a_4 = -11.9
EN = 3.05 MeV
Γ = 0.80 MeV
ε_1
0
2
4
6 MeV

Fig. 17

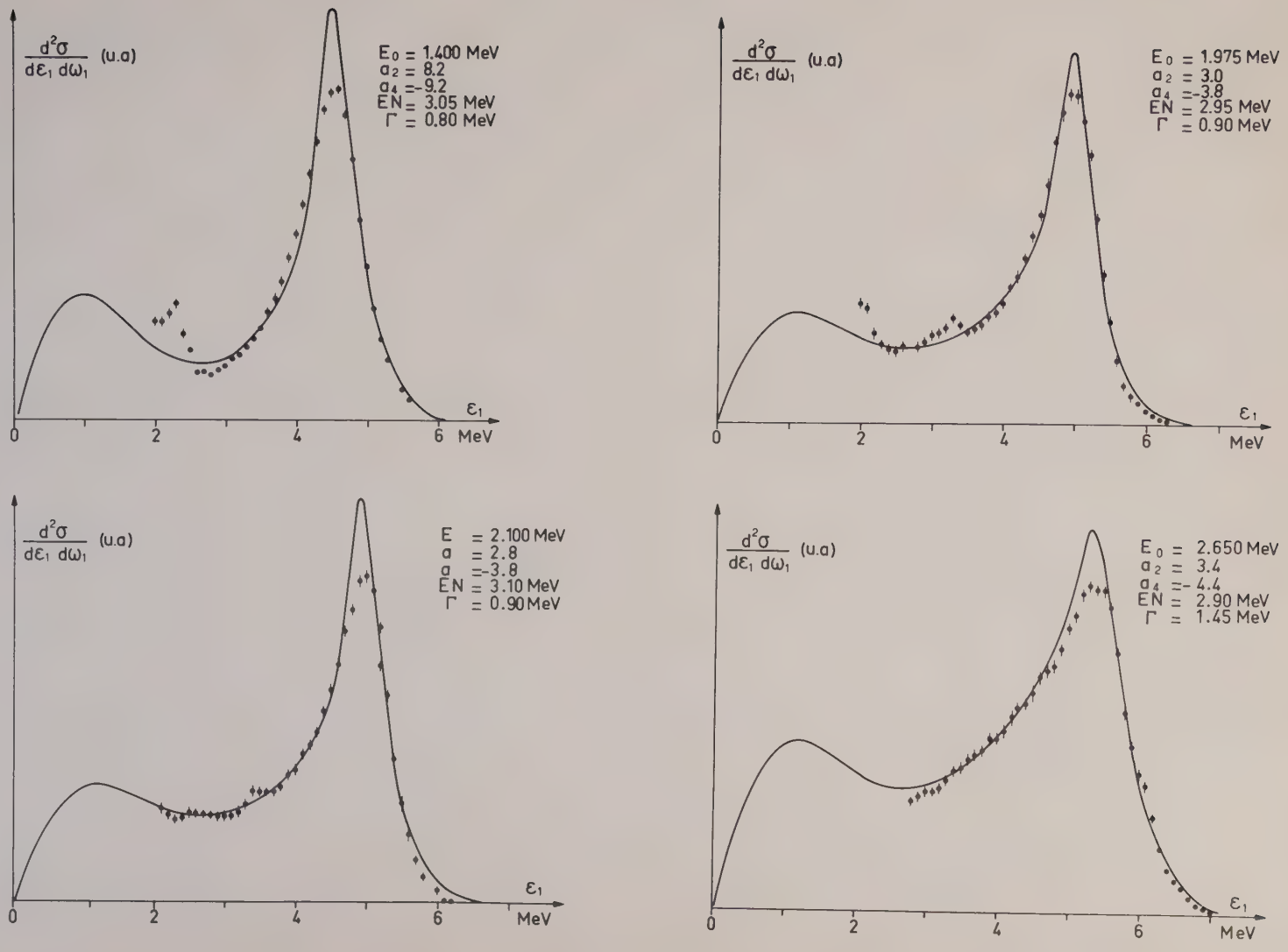
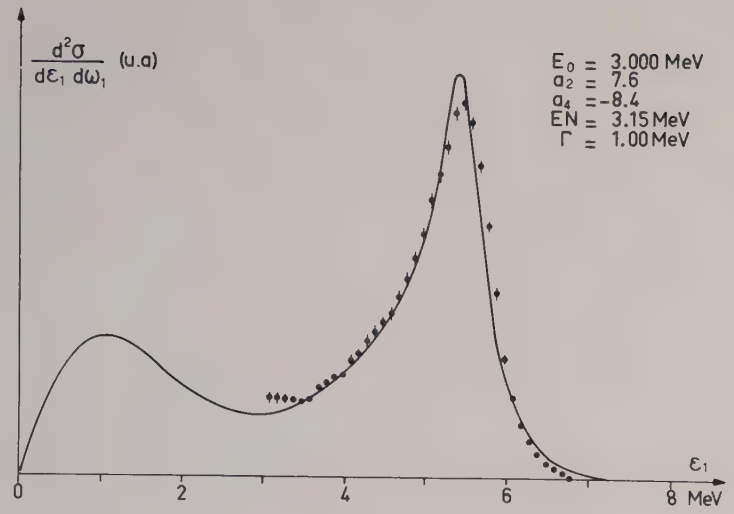
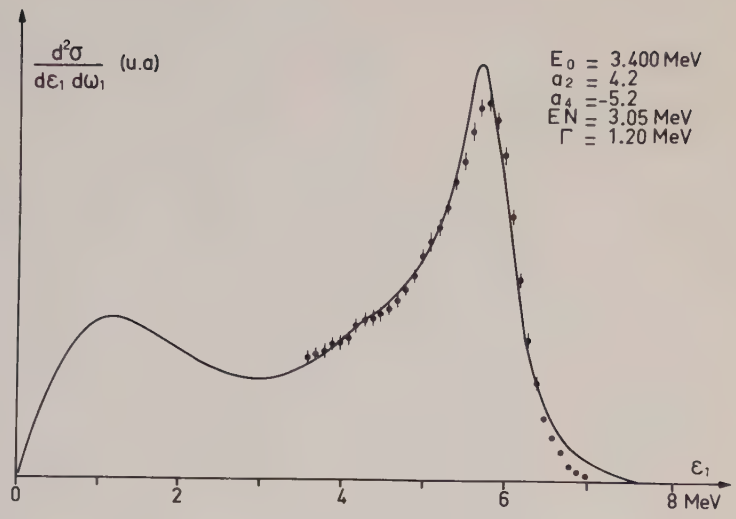
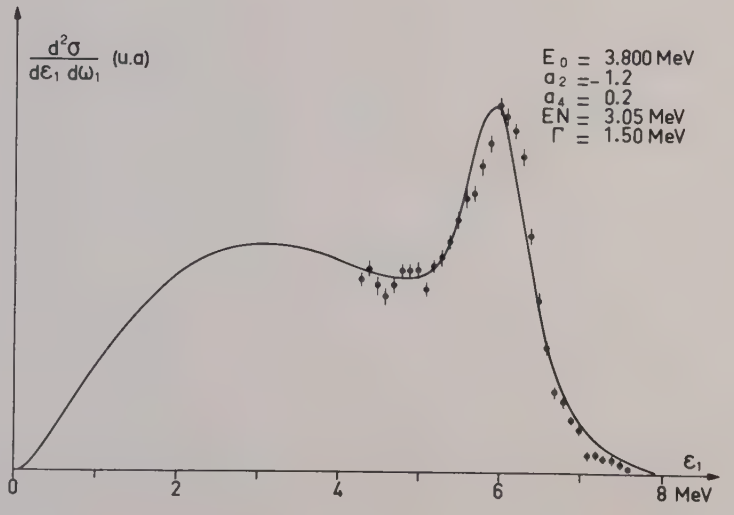

$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_1\, d\omega_1}$ (u.a)
E_0 = 1.400 MeV
a_2 = 8.2
a_4 = -9.2
EN = 3.05 MeV
Γ = 0.80 MeV
ε_1
0 2 4 6 MeV
$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_1\, d\omega_1}$ (u.a)
E_0 = 1.975 MeV
a_2 = 3.0
a_4 = -3.8
EN = 2.95 MeV
Γ = 0.90 MeV
ε_1
0 2 4 6 MeV
$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_1\, d\omega_1}$ (u.a)
E = 2.100 MeV
a = 2.8
a = -3.8
EN = 3.10 MeV
Γ = 0.90 MeV
ε_1
0 2 4 6 MeV
$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_1\, d\omega_1}$ (u.a)
E_0 = 2.650 MeV
a_2 = 3.4
a_4 = -4.4
EN = 2.90 MeV
Γ = 1.45 MeV
ε_1
0 2 4 6 MeV

Fig. 18







Figures 17 - 18 - 19

———

——— SPECTRES THEORIQUES

SPECTRES EXPERIMENTAUX

Série correspondant à l'angle d'enregistrement de 90°

0.150 MeV $\leqslant$ Eo $\leqslant$ 4 MeV

Fig. 19

lement petite pour Γ est obtenue aux résonances 2^- et 1^- situées respectivement à E_o = 675 keV et 1,4 MeV .

Résultats obtenus aux résonances

En supposant que les variations et les valeurs de ces coefficients restent grossièrement valables malgré les variations de EN et Γ , on peut établir dans le tableau suivant les corrélations angulaires expérimentales trouvées pour les diverses résonances rencontrées à des angles de 90° et 165° (il n'y a en fait aucune différence notable entre les résultats pour ces 2 angles jusqu'à 3 MeV) .

E_o (MeV)	J^π ^{12}C	$1 + a_2 \cos^2 X + a_4 \cos^4 X$	$\frac{1}{a_4} + \frac{a_2}{a_4} \cos^2 X + \cos^4 X$	EN (MeV)	Γ (MeV)
0,165	2^+	$1 - 1,5 \cos^2 X + 0,5 \cos^4 X$		3,0	1,45
0,650	2^-	$1 + 11 \cos^2 X - 12 \cos^4 X$	$\simeq \sin^2 X \cos^2 X$	2,9	0,6
1,400	1^-	$1 + 11 \cos^2 X - 12 \cos^4 X$	$\simeq \sin^2 X \cos^2 X$	2,9	0,7
1,975	0^+	$1 + 4 \cos^2 X - 5 \cos^4 X$		2,95	0,9
2,62	3^-	$1 + 2 \cos^2 X - 3 \cos^4 X$		3,0	1,3
3,750	?	$1 - 1,5 \cos^2 X + \cos^4 X$		3,05	1,45

On peut noter, d'après ce tableau, que les corrélations angulaires expérimentales trouvées sont identiques dans les cas 2^- et 1^- , et

que l'approximation donnée pour les exprimer montre en particulier que lorsque $X = \pi/2$, il y a interdiction dans l'émission, puisque le terme devient nul. Si l'on représente sur un diagramme de DALITZ (figure 5) les lieux $X_{23} = \pi/2$, $X_{31} = \pi/2$, $X_{12} = \pi/2$ (ce qui correspond en fait aux cas où deux particules ont des énergies égales) ; on peut conclure que dans les cas : $J^{\pi} = 2^-$, 1^- , la population en évènements sera très affaiblie à l'intersection de ces lieux avec les bandes traduisant théoriquement les termes de résonances. On peut dire en particulier qu'au centre du diagramme les trois termes de corrélation s'annuleront simultanément, et que par suite, ce point sera rigoureusement interdit. On rejoint l'argument de MACDONALD, à ce sujet. Signalons enfin, que le terme de corrélation est très proche de celui qui a été trouvé de façon différente par DEARNALEY et al (De 57) à 530 keV. Ces auteurs trouvaient en effet une corrélation égale à $1 + 9 \cos^2 X - 10 \cos^4 X$.

Excepté ce cas particulier, il semble difficile de tirer des conclusions théoriques valables à l'aide de ces résultats semi-empiriques pour les divers spins de ^{12}C . La variation très sensible de Γ d'autre part, avec E_o , montre, comme nous l'avons indiqué, que ce calcul est incomplet.

Nous avons ainsi tenté une autre approche de calcul de forme des spectres continus de façon plus théorique à l'aide du formalisme développé au Chapitre II (III) .

b) Calcul des formes de spectres continus à l'aide du formalisme développé Chapitre II (III)

Nous avons vu comment était conduit le calcul théorique de l'élément de matrice à l'aide des expressions 23) . Nous avons donné ensuite un exemple pour le cas $J^{\pi} = 1^-$, $\ell = 1$.

Afin d'effectuer ces calculs, un programme FORTRAN IV

a été établi sur I.B.M. 360/44 . Pour faciliter le calcul dans le cas des divers spins J^{π} ainsi que pour toutes les valeurs de ℓ permises, le programme comportait une partie générale dans laquelle on effectuait en fait l'équivalent de la partie théorique exposée au Chapitre II (III) . Les grandes lignes du calcul effectué sont décrites dans le diagramme (figure 20), à partir de l'hypothèse de départ qui consiste à fixer E_o , J^{π} , EN , Γ .

Afin de vérifier les calculs faits à l'aide de ce programme dans le cas général, des comparaisons ont été faites pour ℓ minimum , avec les calculs effectués à partir de programmes plus simples conçus pour chaque spin. Ces programmes simplifiés correspondent aux calculs théoriques effectués au Chapitre II (III) . Les résultats ont été strictement identiques.

Une autre vérification a été faite quant au choix de l'axe de quantification. L'axe préalablement pris comme normale au plan des trois impulsions $\overrightarrow{p_1}$, $\overrightarrow{p_2}$, $\overrightarrow{p_3}$ a été ensuite choisi comme étant la direction d'émission de l'une des trois particules : par exemple $\overrightarrow{p_1}$. Le calcul a donné les mêmes résultats avec des définitions d'angles différentes mentionnées précédemment. Ceci a permis de donner une grande garantie aux calculs élaborés à partir de l'expression 16) . Une dernière vérification a consisté enfin à retrouver l'interdiction dans la densité de certaines régions du diagramme de DALITZ, comme il avait été prévu théoriquement (centre du diagramme, contour) .

Une première série de calculs a été effectuée avec les valeurs de ℓ minimales permises par les règles de sélection pour les spins 0^+ , 1^- , 1^+ , 2^- , 2^+ , 3^- , 3^+ . Les énergies E_o prises dans chaque cas correspondaient aux positions des résonances expérimentales.

Cette analyse n'a pas donné un accord correct dans l'ensemble. Les calculs ont alors été faits pour les valeurs supérieures per-

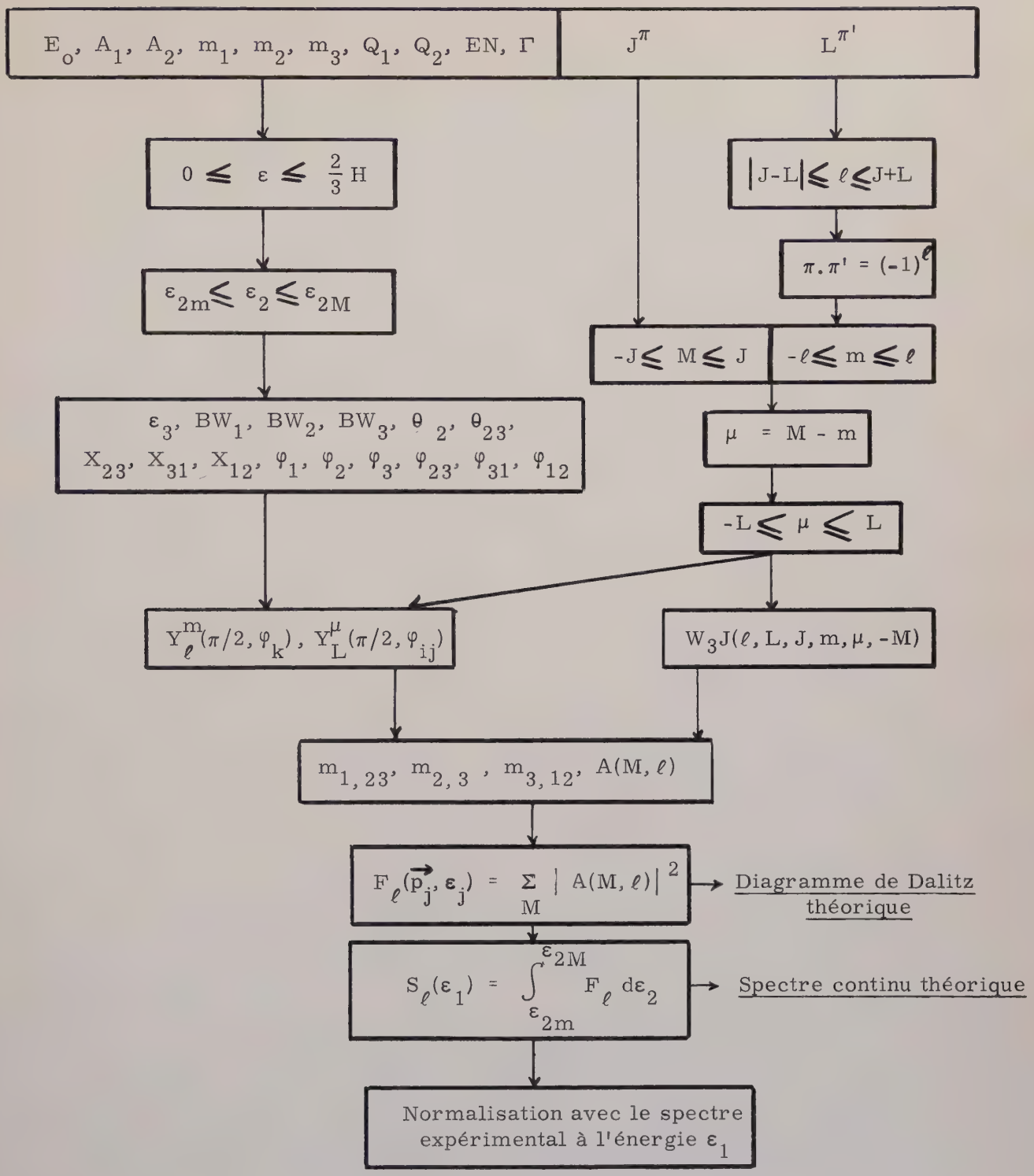


Fig. 20 : Diagramme de calcul des formes de spectres dans le cas de spins $J^\pi \leqslant 3^\pm$.

mises de ℓ ; il se dégage alors un résultat d'ensemble satisfaisant en constatant que l'accord théorie-expérience est bon pour une valeur de ℓ déterminée dans chaque cas. Ainsi, si les pourcentages pour un spin J^π donné sont par exemple : a^2_ℓ , $a^2_{\ell+2}$, $a^2_{\ell+4}$, etc ... , on constate que l'une de ces quantités vaut pratiquement 100 % dans la plupart des cas, sans que ce soit nécessairement celle qui correspond à la plus petite valeur de ℓ .

Il faut noter que EN et Γ sont gardés constants dans ces calculs. Les meilleurs accords ont été obtenus pour EN = 3,0 MeV et Γ = 1,45 MeV .

Les figures 21 à 27 représentent les résultats théoriques obtenus, confrontés avec l'expérience. On constate que dans chaque cas, une valeur de ℓ conduit à un bon accord (spectre le plus grand).

- La résonance de 163 keV : 2^+

A cette résonance, le spectre continu est arrondi dans la région intermédiaire en énergie. Son maximum est décalé de 200 keV , comme nous l'avons vu figure 14, vers les basses énergies par rapport à la position du maximum obtenu à 250 keV . On obtient ces deux résultats lorsque ℓ = 2 (figure 21) .

- La résonance de 675 keV : 2^- (3^+ ?)

Le spectre continu présente à cette résonance deux caractéristiques :

• un déficit de particules situé à environ 2,7 MeV (valeur qui correspond sur le diagramme de DALITZ à l'intersection des bandes théoriques de résonance avec les droites $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ et $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ (figure 5) .

• une largeur du spectre anormalement petite (Γ = 0,7 MeV) .

L'hypothèse $J^\pi = 2^-$, $\ell = 3$, donne un excellent accord avec le spectre expérimental en supposant que Γ = 1,45 MeV . L'hypo-

thèse 3^+ donne aussi un bon accord pour $\ell = 4$. Cependant, les valeurs minimales permises pour ℓ ne permettent pas d'expliquer correctement dans l'un et l'autre cas, la forme du spectre. L'hypothèse 2^- étant retenue nous présentons les résultats figure 22 .

- La résonance à 1,4 MeV : 1^-

L'accord est excellent pour la valeur minimale de ℓ , à savoir $\ell = 1$, mais il l'est aussi pour l'autre valeur permise : $\ell = 3$ (figure 23) . Cette résonance est le seul cas où les deux valeurs de ℓ permises conduisent à un bon accord.

- La résonance à 1,975 MeV : 0^+

La seule valeur permise est $\ell = 2$. L'accord n'est pas très bon avec le spectre expérimental (figure 24) . Il faut cependant constater qu'étant donné la très faible intensité de cette résonance (voir fonctions d'excitations fig. 12 et 13) , il est probable que les effets des résonances à 1,4 MeV et 2,62 MeV soient prépondérants et que par suite la forme du spectre soit plus fortement influencée par un mélange de spins de ces résonances.

- La résonance de 2,62 MeV : 3^-

Les deux hypothèses de spin $J^\pi = 3^-$ et $J^\pi = 2^+$ ont été envisagées. L'accord est bon pour $J^\pi = 3^-$ avec $\ell = 1$ (valeur minimale) et $J^\pi = 2^+$ avec $\ell = 4$. Il semble toutefois que l'hypothèse 3^- donne un meilleur accord, ce qui rejoint les conclusions formulées par FLAMANT et al (Fl 67) (voir figures 25 et 26) .

- La résonance de 3,75 MeV : J ?

On trouve un bon accord avec $J^\pi = 2^+$ et $J^\pi = 3^-$. Ce domaine d'énergie ne permet pas cependant de conclure à la présence d'un niveau unique et par conséquent à une analyse théorique valable (voir figure

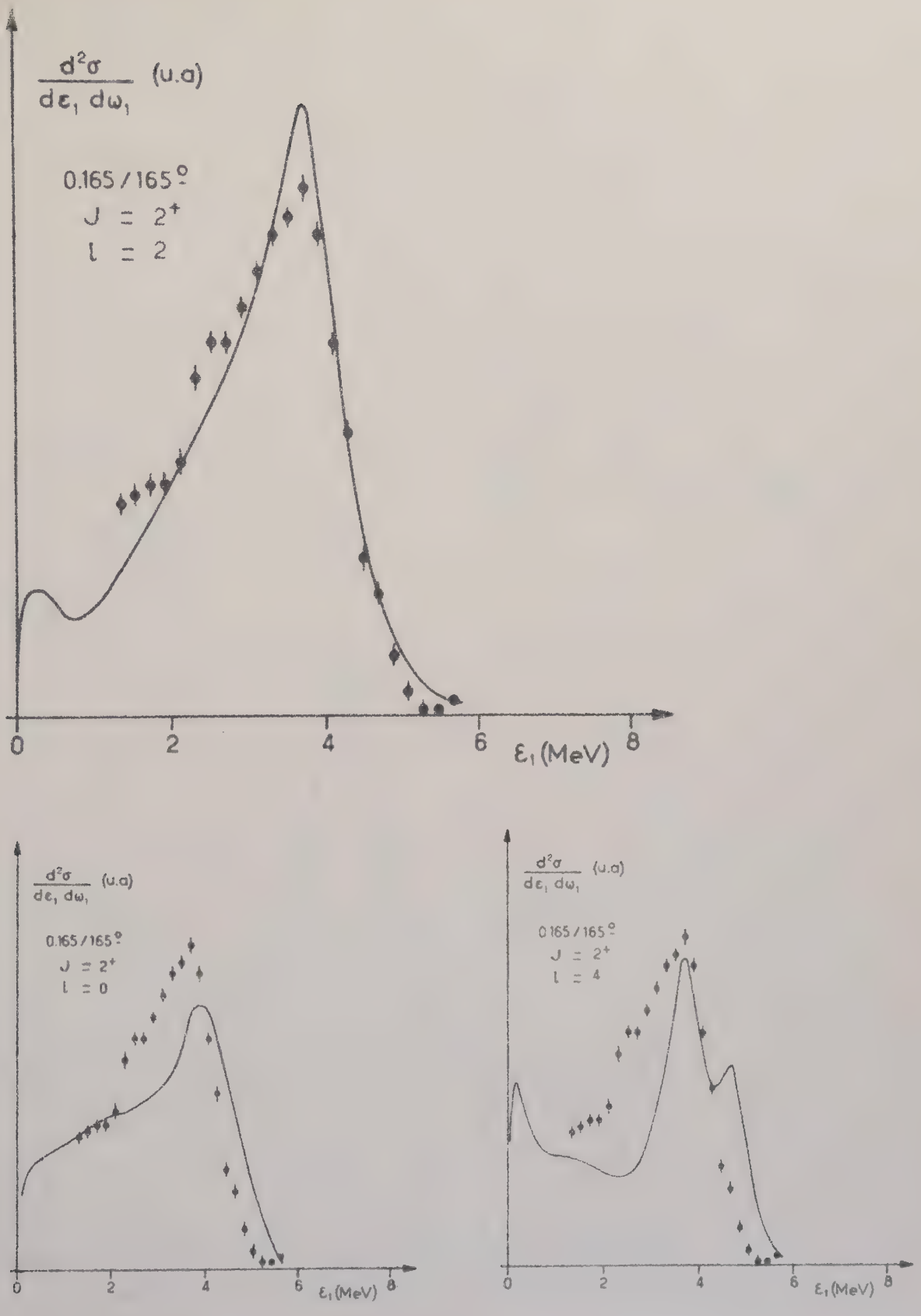


Fig. 21 : Spectres théoriques obtenus dans l'hypothèse $J^{\pi} = 2^{+}$; L = 2 ; ℓ = 0 , 2 , 4 . Le meilleur accord est obtenu pour ℓ = 2 .

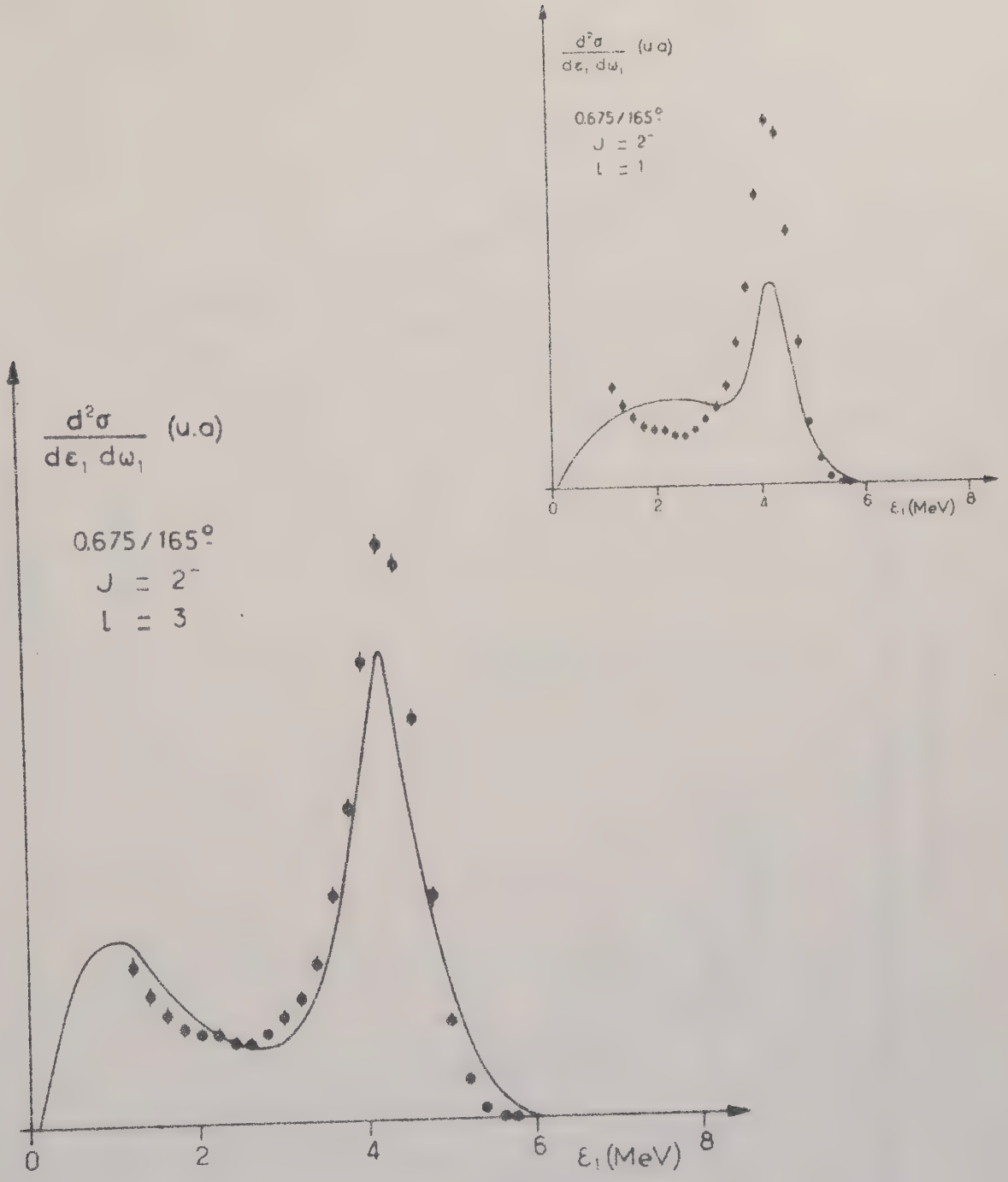


Fig. 22 : Spectres théoriques obtenus dans l'hypothèse $J^{\pi} = 2^{-}$; L = 2 ; ℓ = 1 , 3 . Le meilleur accord est obtenu pour ℓ = 3 .

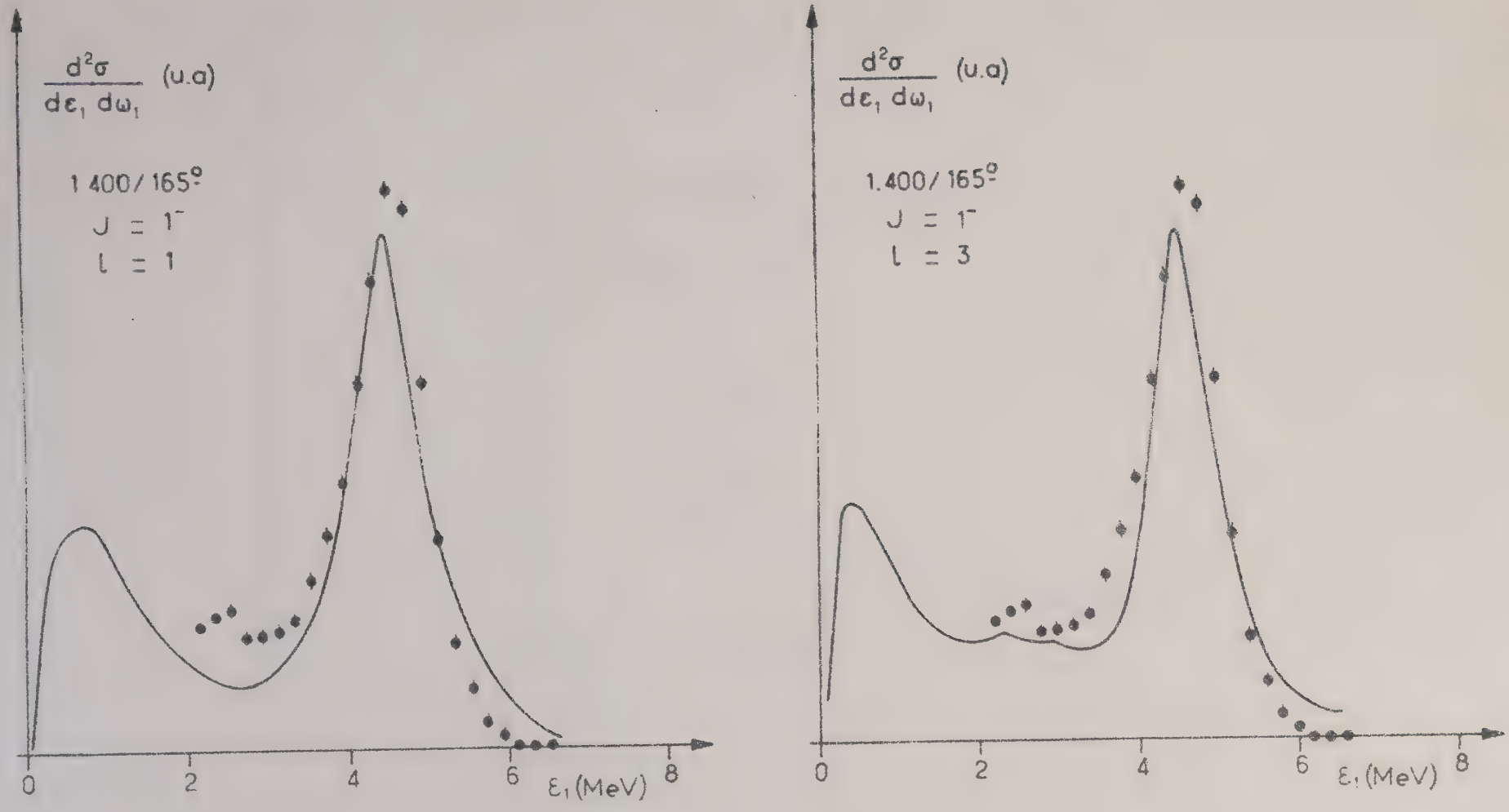


Fig. 23 : Spectres théoriques obtenus dans l'hypothèse $J^{\pi} = 1^{-}$; L = 2 ; ℓ = 1 , 3 . L'accord est bon pour ℓ = 1 et 3 .

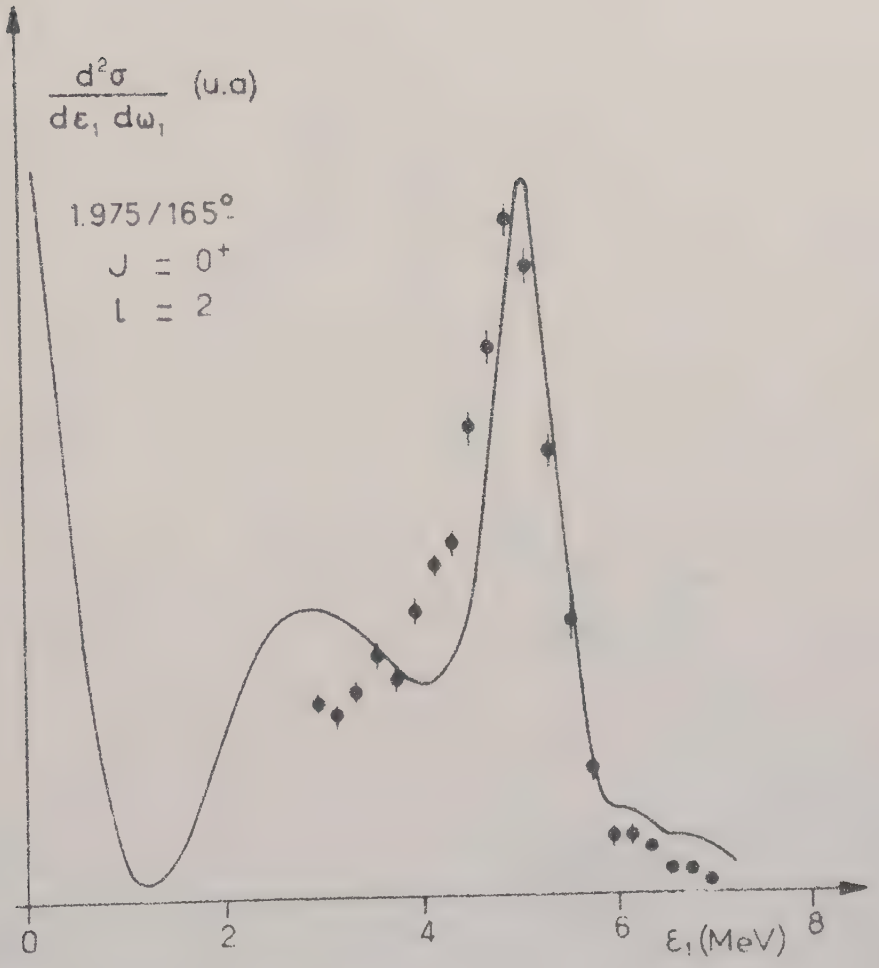
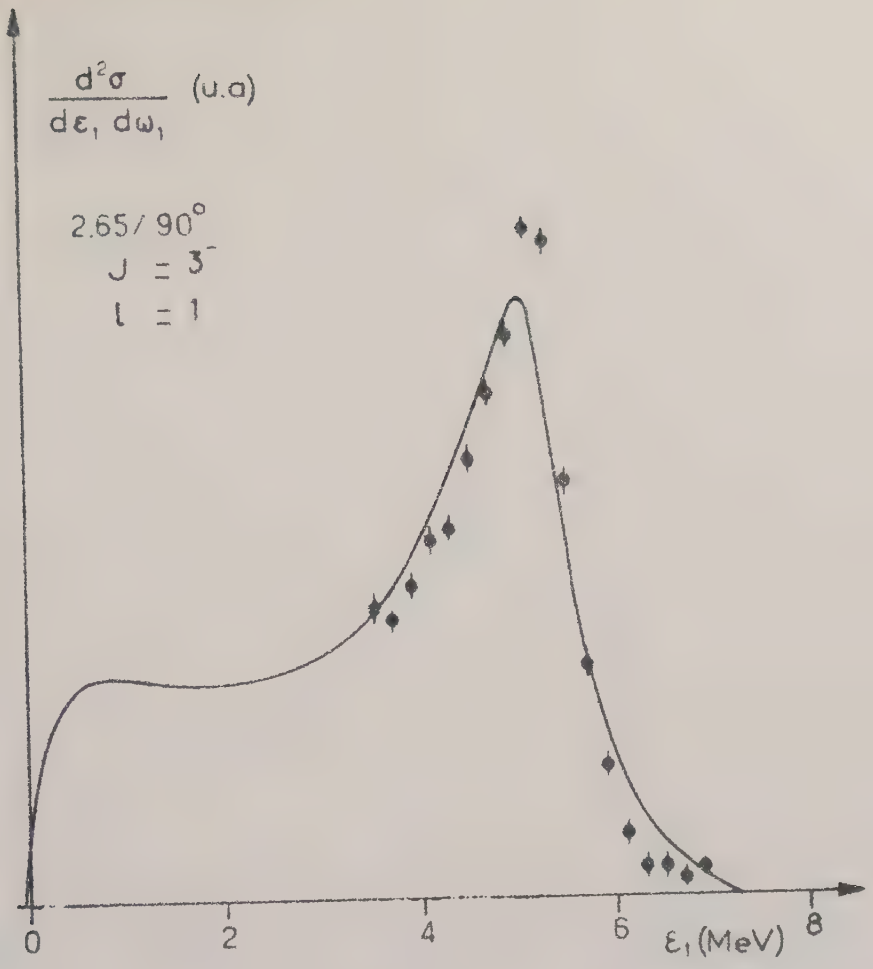
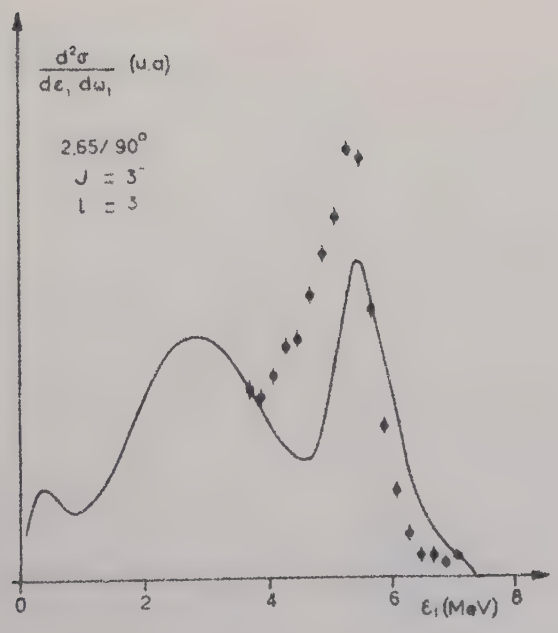


Fig. 24 : Spectre théorique obtenu dans l'hypothèse $J^\pi = 0^+$; L = 2 ; $\ell = 2$.





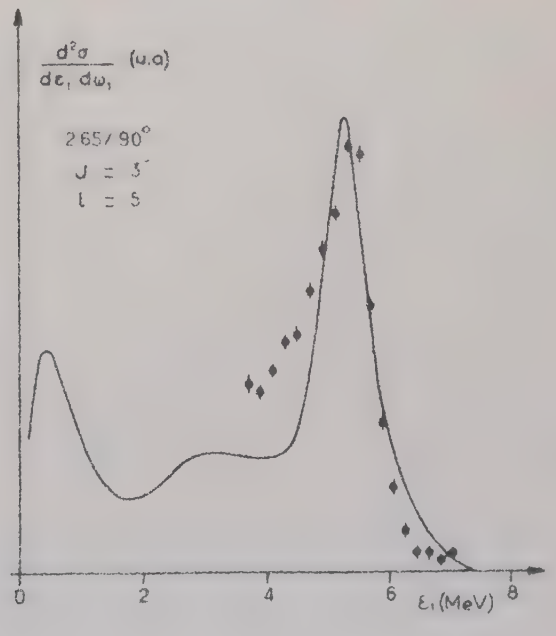


Fig. 25 : Spectres théoriques obtenus dans l'hypothèse $J^{\pi} = 3^{-}$; L = 2 ; $\ell = 1, 3, 5$. Le meilleur accord est obtenu pour $\ell = 1$.

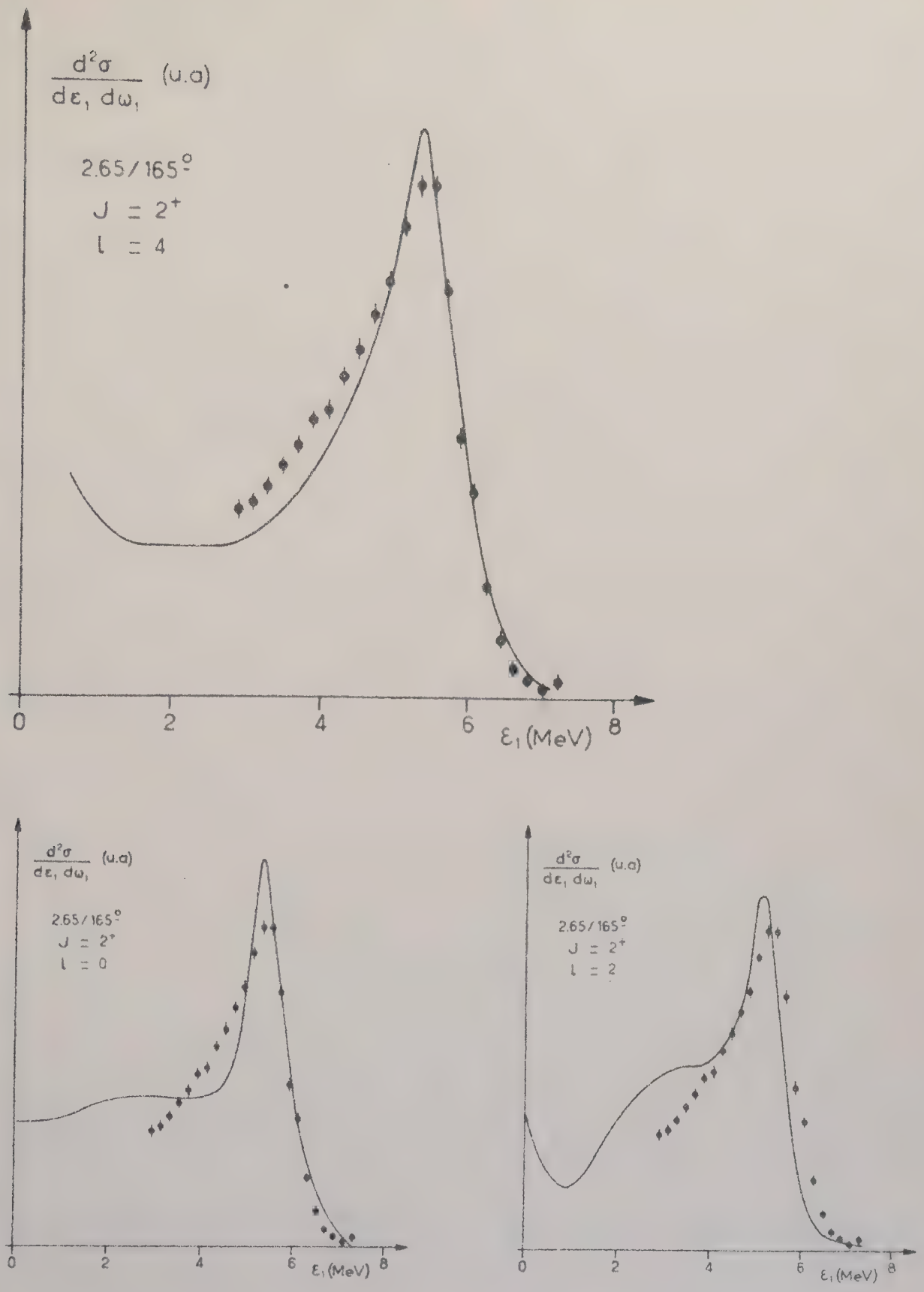
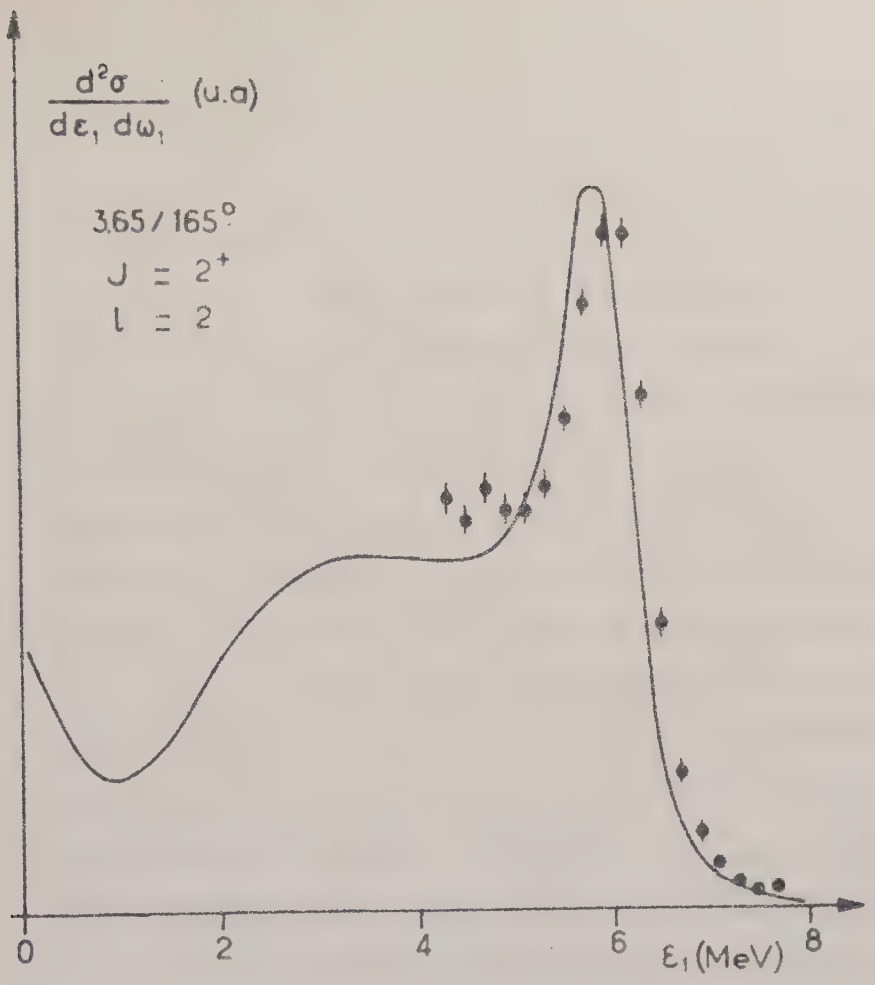
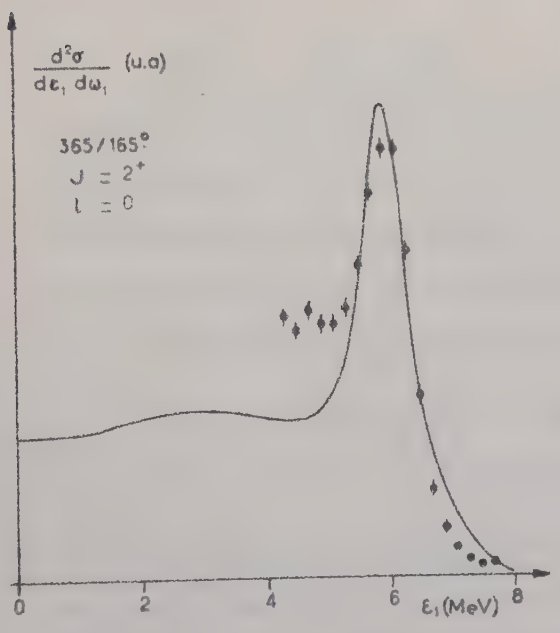


Fig. 26 : Spectres théoriques obtenus dans l'hypothèse $J^{\pi} = 2^{+}$; L = 2 ; ℓ = 0 , 2 , 4 . Le meilleur accord est obtenu pour ℓ = 4 .





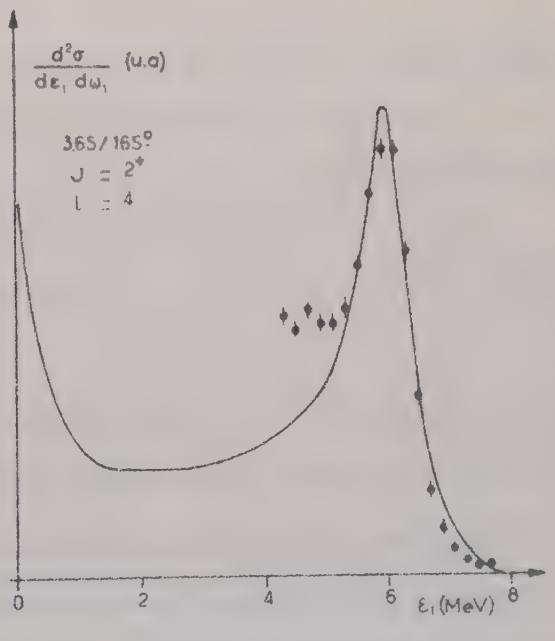


Fig. 27 : Spectres théoriques obtenus dans l'hypothèse $J^{\pi} = 2^{+}$; L = 2 ; $\ell = 0, 2, 4$. Le meilleur accord est obtenu avec $\ell = 2$.

27 pour le cas 2^+) .

En conclusion, il semble que l'on obtienne un excellent accord à partir des hypothèses tenant compte des règles de sélection de spin et parité. Parmi les valeurs du moment angulaire de la particule "spectatrice" permises, une seule (excepté pour 1^-) donne un résultat satisfaisant, valeur qui n'est pas nécessairement la valeur minimale. On retrouve d'autre part, à l'aide de ce formalisme, que les arguments avancés par MACDONALD sont vérifiés théoriquement.

Nous présentons figures 28 à 31 les diagrammes de DALITZ théoriques, correspondant aux spectres continus qui donnent un bon accord avec l'expérience. La densité est évaluée en fonction de lettres alphabétiques $0 \leq A \leq 1$, $1 \leq B \leq 2$, etc ... $25 \leq Z \leq 26$. La lettre A n'a pas été portée pour mieux voir les zones désertées.

On peut constater qu'on retrouve les diverses interdictions que nous avions signalées en fonction des valeurs J^π . On peut dire notamment que pour :

$J^\pi = 2^+$ (163 keV) il y a une forte densité au centre du diagramme et que cela peut expliquer les résultats expérimentaux trouvés par DEHNHARD, sans supposer pour autant qu'il se produit une désintégration simultanée de trois particules . L'hypothèse de formation d'un ^8Be intermédiaire avec la description du système $\alpha_1 + {}^8Be^* (2^+)$ dans un état $\ell = 2$ explique très bien les résultats.

$J^\pi = 2^-$ (675 keV) il y a interdiction au centre du diagramme ainsi que sur le contour. Ce sont les caractéristiques d'une parité non naturelle.

$J^\pi = 1^-$ (1,4 MeV) il y a interdiction au centre mais pas sur le contour. Il semble que les points limites où deux énergies sont égales, la troisième étant nulle, soient aussi interdits. Ce fait paraît en accord avec

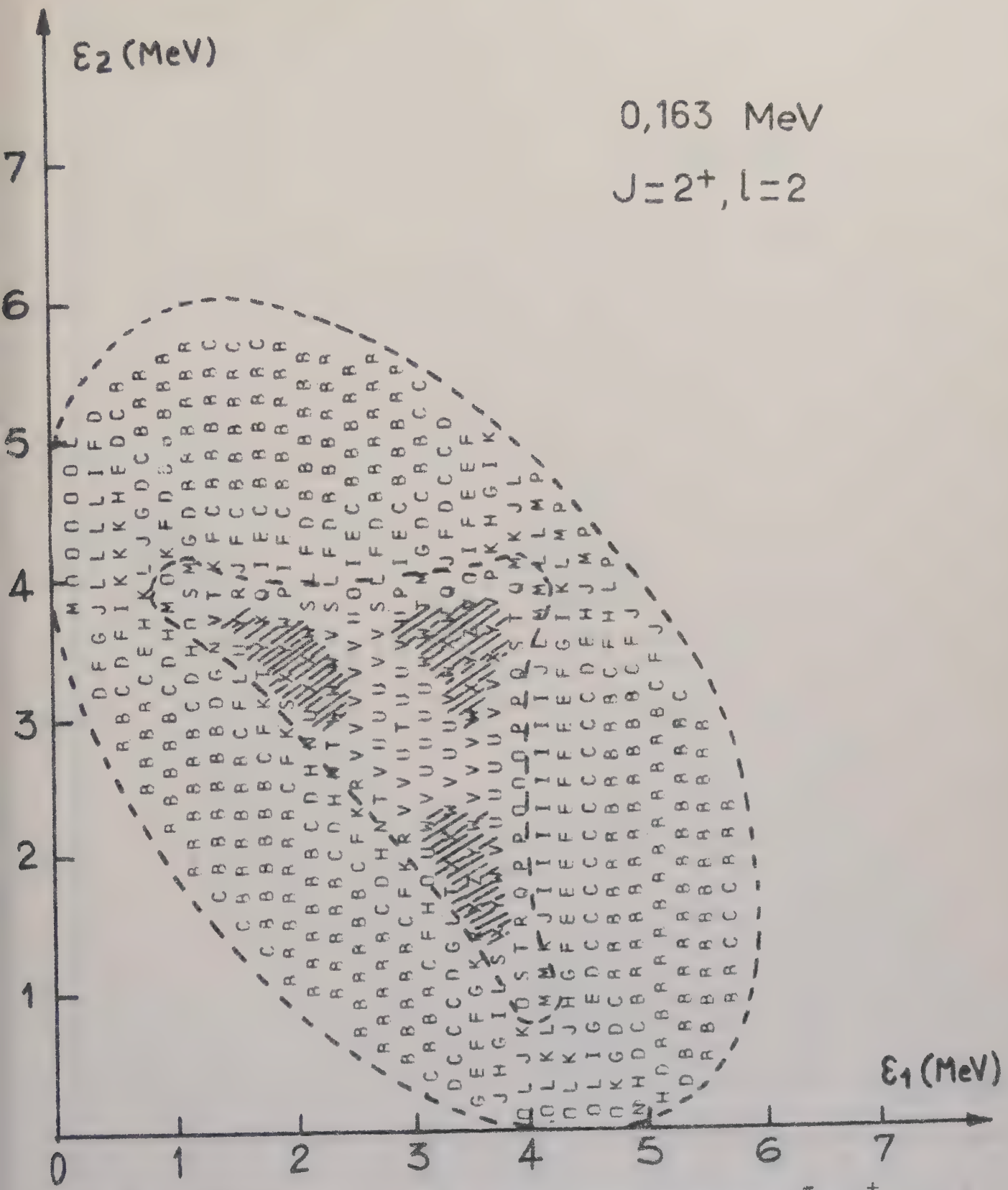


Fig. 28 : Diagramme de DALITZ théorique pour l'hypothèse $J^\pi = 2^+$; $\ell = 2$. On constate la forte concentration en évènements au centre du diagramme.

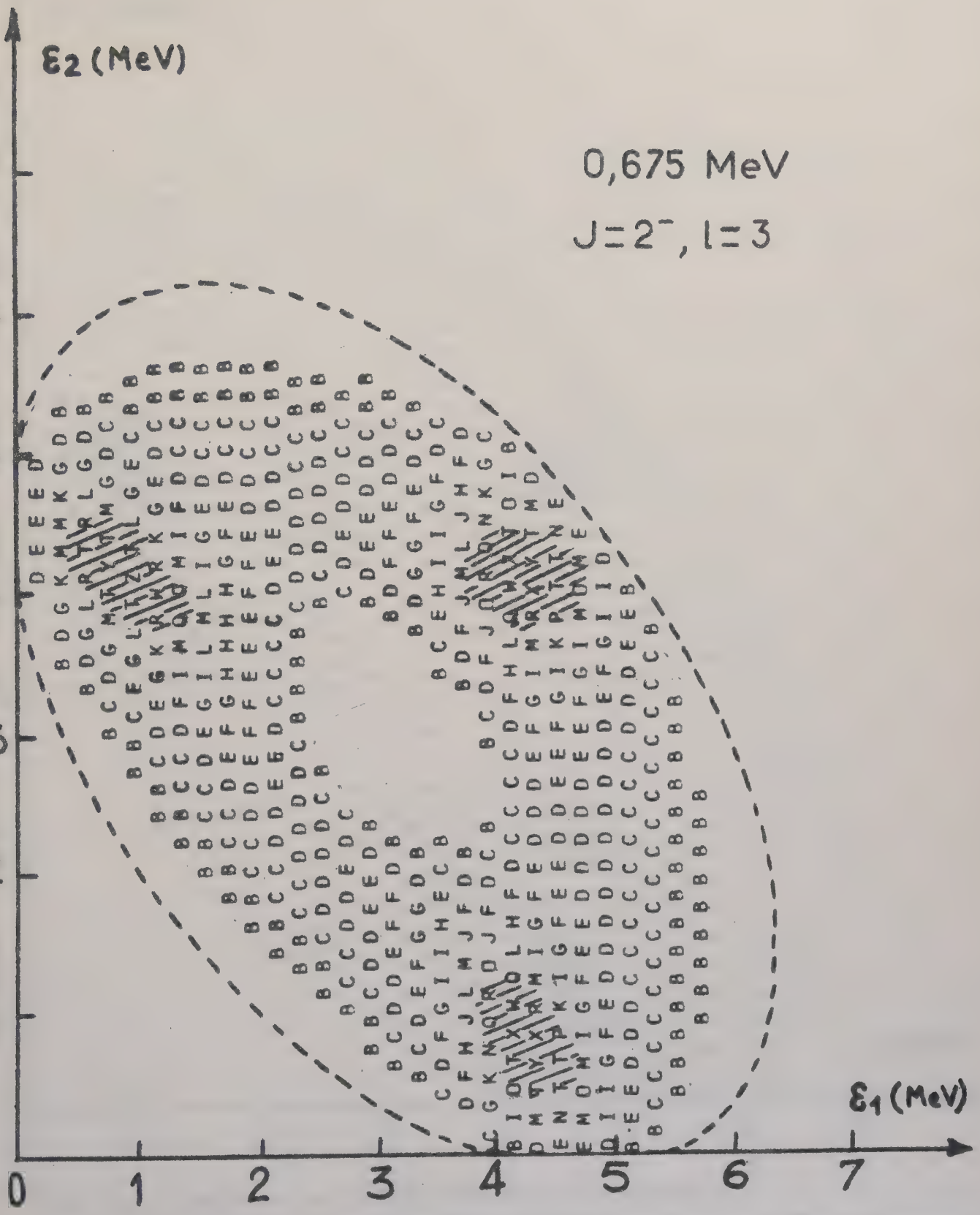


Fig. 29 : Diagramme de DALITZ théorique pour l'hypothèse $J^{\pi} = 2^{-}$; $\ell = 3$.

On constate l'interdiction sur le contour et au centre.

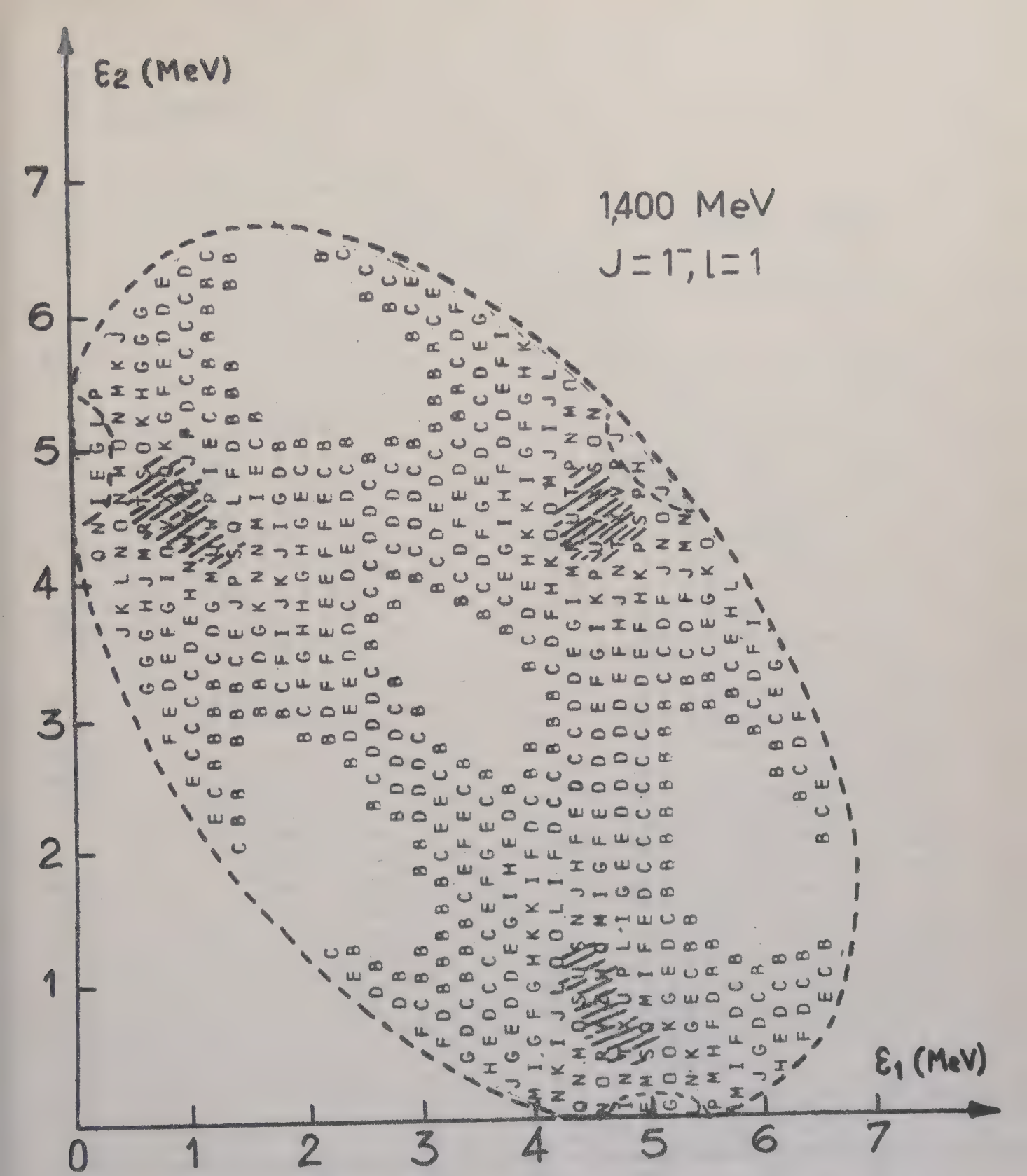
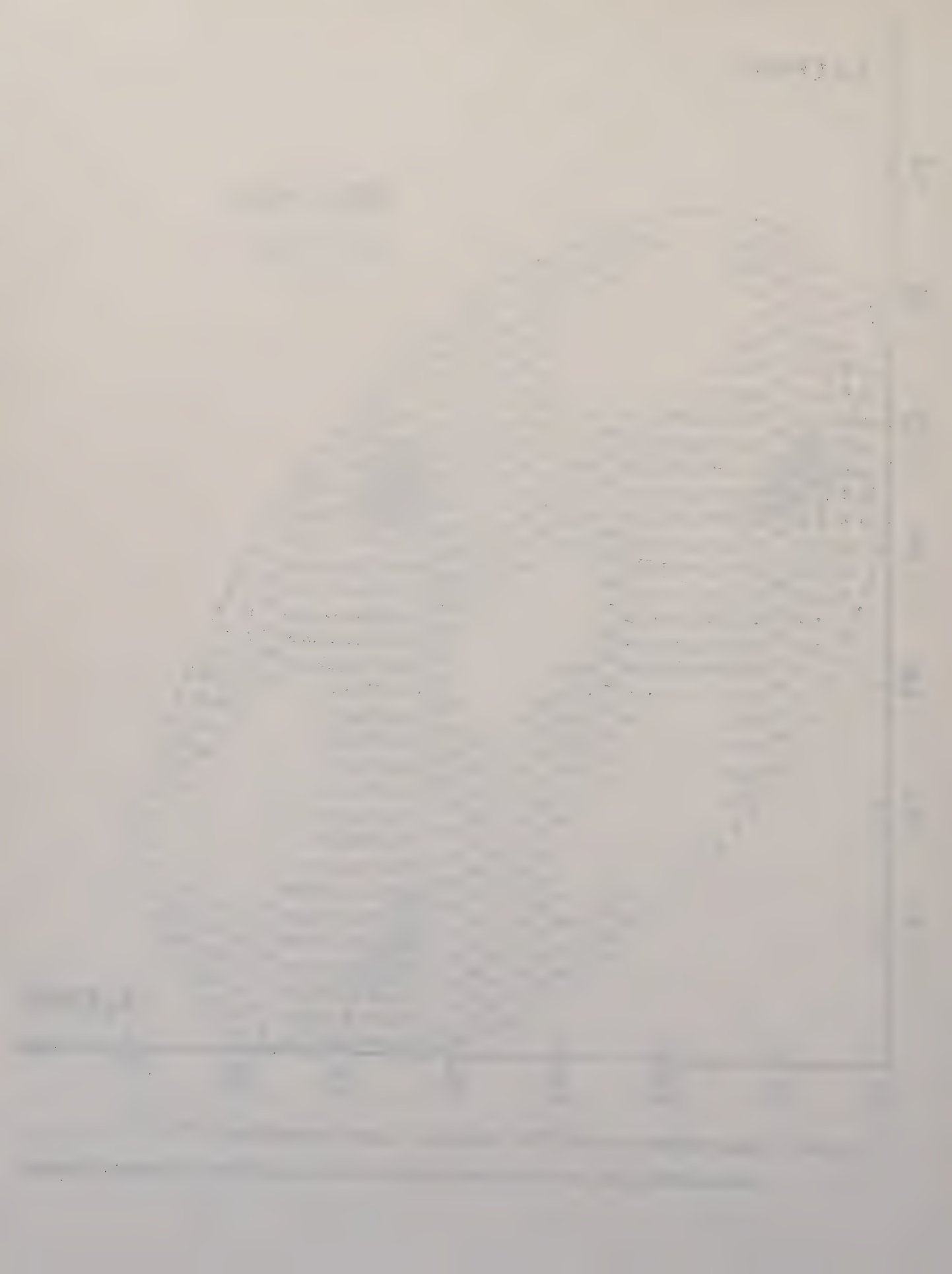


Fig. 30 : Diagramme de DALITZ théorique pour l'hypothèse $J^{\pi} = 1^{-}$; $\ell = 1$.
On constate une interdiction au centre ainsi que dans d'autres régions.



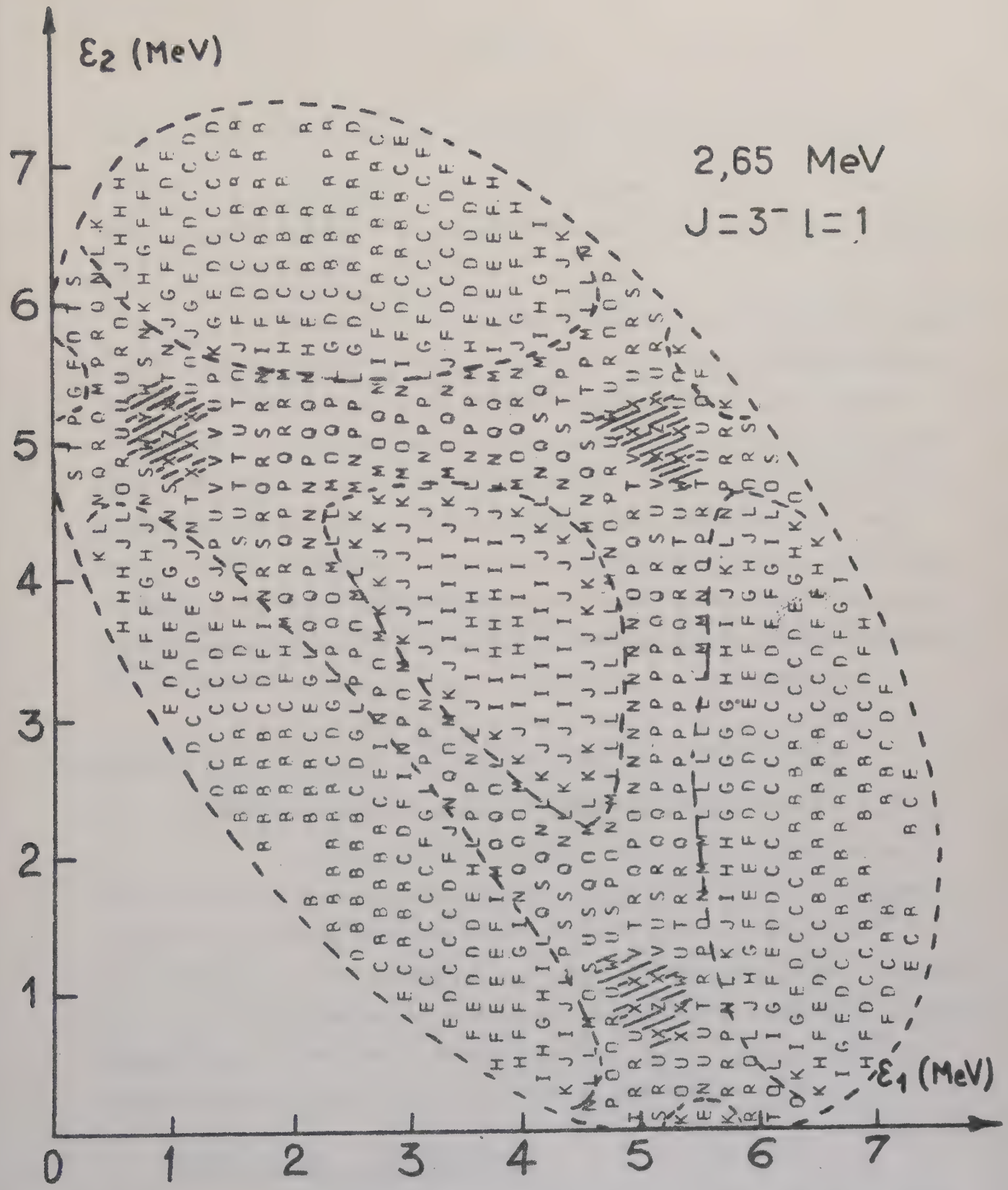


Fig. 31 : Diagramme de DALITZ théorique pour l'hypothèse $J^{\pi} = 3^{-}$, $\ell = 1$.

les remarques de MARQUEZ et al (Ma 67), FLAMANT et al (Fl 67).

$J^{\pi} = 3^-$ (2,62 MeV) il n'y a pas d'interdiction au centre, mais il semble que l'on retrouve les caractéristiques de la résonance 1^- lorsque $\varepsilon_i = \varepsilon_j$ et $\varepsilon_k = 0$.

Il semble donc que notre formalisme permette d'expliquer à la fois les formes de spectres continus et les diverses caractéristiques trouvées sur le diagramme de DALITZ. Les hypothèses sont celles de conservations de spins et parités conjuguées à celle de la formation d'un noyau de ^{8}Be dans son premier état excité. Le fait de garder EN et Γ constants dans les calculs, tout en observant expérimentalement dans certains cas uniquement la moitié de cette dernière quantité, semble encourageant. Ce résultat peut apporter une solution partielle à l'étude systématique que BERKOWITZ (Be 64) a faite sur la variation des largeurs de niveaux de ^{8}Be dans diverses réactions où ce noyau intervient.

B - ETUDE DE LA REACTION $^{11}B(p, 3\alpha)$ PAR LA METHODE DES COINCIDENCES α - α A LA RESONANCE DE 675 keV

Le but de cette expérience était d'enregistrer les particules α émises en coïncidence pour l'énergie E_o = 675 keV des protons incidents. On sait en effet que l'on attribue le spin 2^- à l'état de ^{12}C correspondant à cette résonance prononcée. Notre objectif était d'analyser la population en évènements du diagramme de DALITZ pour divers couples d'angles dans le système du laboratoire (ψ_1 , ψ_2), ψ_1 et ψ_2 étant les positions angulaires de deux compteurs en coïncidences (figure 4).

I - Conditions expérimentales

L'expérience a été effectuée à l'aide de l'accélérateur Van de Graaff de 2 MeV de l'I.N.S.T.N. à Saclay.

Une chambre cylindrique analogue à celle précédemment décrite (figure 8), a été utilisée.

Au centre, la cible de bore naturel évaporé sur film de carbone avait une épaisseur d'environ 40 $\mu g/cm^2$.

Autour de la cible, étaient placés deux détecteurs à semi-conducteurs : le détecteur 2, fixe, à $\psi_2 = 90°$, le détecteur 1, de l'autre côté par rapport à la direction du faisceau, dans le plan défini par celui-ci et le détecteur 2 ($\Phi_1 - \Phi_2 = \pi$).

Les angles ψ_1 du compteur mobile ont été respectivement 84°, 90°, 95°, 100°, 105°, 110°, 115°, 120°, 125°, 130°, 140°, 150° au cours de l'expérience.

a) l'Electronique

La figure 32 représente le diagramme général du montage électronique.

Les détecteurs sont d'une part reliés à deux chaînes d'analyse des impulsions. A la sortie de chaque préamplificateur, le signal est pris en parallèle, différencié et amplifié avec un gain de 2500 par des amplificateurs rapides type PAGES (C.E.A.). Deux signaux mis en forme par ces amplificateurs délivrent ainsi, après décalage en temps relatif, une voie "départ" et une voie "arrêt" pour un convertisseur temps-amplitude (C.T.A. type PAGES). A la sortie du C.T.A., une impulsion analogique proportionnelle au décalage en temps des deux signaux est amplifiée puis analysée par un codeur Intertechnique type CA 25.

Les voies lentes fournissent d'autre part des impulsions proportionnelles aux énergies des particules détectées qui sont codées par deux CA 25.

Pour que le codage simultané des trois voies s'effectue, il faut un ordre d'ouverture des CA 25. Cet ordre est fourni à partir du

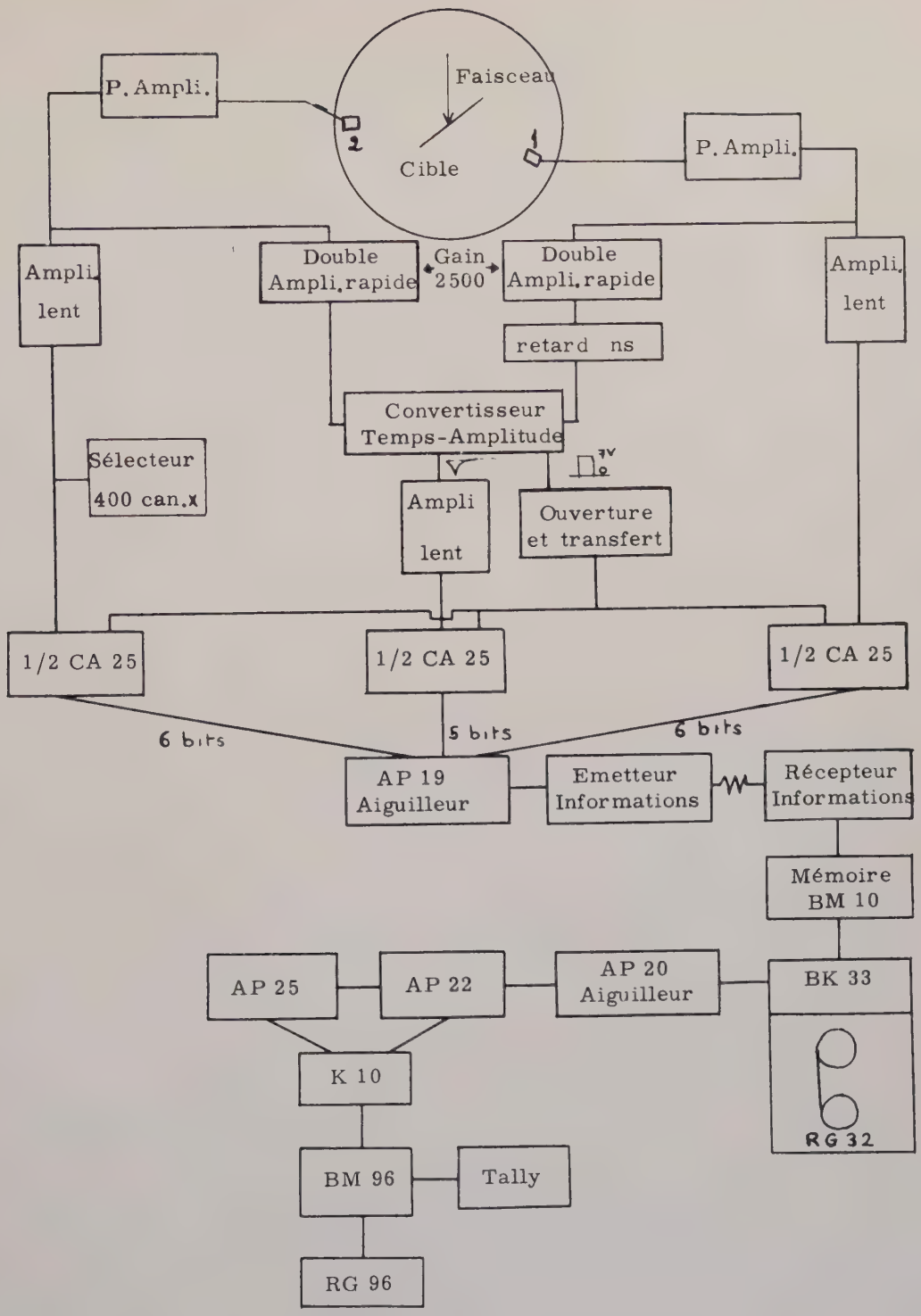


Fig. 32 : Enregistrement multiparamétrique des coïncidences α - α à l'aide d'une chaîne type Intertechnique.

C.T.A. par l'intermédiaire d'un circuit délivrant l'ordre d'ouverture, puis l'ordre de transfert simultané des trois codages lorsque le codeur le plus long a fini son analyse.

b) la chaîne multiparamétrique type Intertechnique

Trois informations fournies par les codeurs définissent un mot qui sera enregistré sur bande magnétique de 16 pistes.

Le mot étant constitué sous forme digitale par plus de 16 bits, il est nécessaire de le mettre sous forme de séquences dont le nombre de bits n'excède pas le nombre de pistes de la bande ; c'est le rôle de l'aiguilleur amont AP 19 . L'écriture et la lecture sur bande s'effectuent alors à l'aide d'un châssis BK 33 .

Après enregistrement de l'expérience, la lecture de la bande magnétique s'effectue par l'intermédiaire d'un aiguilleur aval AP 20 qui permet de restituer le mot enregistré sur bande magnétique dans sa forme originale. Ce mot est conditionné sur chacune de ses trois syllabes (voie 1 , voie 2 , voie temps) à l'aide de conditionneurs AP 22 et AP 23 puis stocké sur un bloc mémoire BM 96 . Les résultats sont ensuite sortis sur bande perforée, puis transformés en cartes I.B.M. pour traitement sur calculateur.

Nous montrons ci-après une vue partielle de la chambre à irradiations et de la chaîne multiparamétrique.

II - Résultats expérimentaux et exploitation

Tout évènement obtenu en coïncidence avec les détecteurs 1 et 2 placés aux angles ψ_1 et ψ_2 dans le système du laboratoire par rapport à la direction du faisceau est caractérisé par les énergies E_1 et E_2 dans les compteurs. Si l'on désigne par I les canaux d'analyse relatifs au détecteur 1 , et J les canaux d'analyse relatifs au détecteur 2 , on peut

MEMOREX

définir la population en évènements obtenus en coïncidence dans le plan I J , par

$$n(I,J) = N(I,J) / M$$

Dans notre expérience $0 \leqslant I \leqslant 63$ et $0 \leqslant J \leqslant 63$.
N est le nombre d'évènements réellement enregistrés en coïncidence pour le couple d'angles (ψ_1 , ψ_2) .
M est le nombre total d'évènements enregistrés par le détecteur 2 (placé dans le cas de notre expérience à $\psi_2 = 90°$) , et servant de moniteur.
n est le nombre d'évènements en coïncidence qui est de par la relation précédente ainsi normalisé.

Etant donné que l'on doit introduire les conservations d'énergie et d'impulsions dans le système du laboratoire, la relation 11) montre que la densité d'évènements obtenus en coïncidence doit se placer sur une courbe $G(E_1, E_2)$ qui, dans le plan I, J , devient $F(I, J)$.

Cependant, l'ouverture angulaire des détecteurs introduit une dispersion sur la courbe $F(I, J)$. On obtient ainsi deux courbes $f_1(I, J)$ et $f_2(I, J)$ pour les couples d'angles $(\psi_1 + \Delta\psi_1 , \psi_2 + \Delta\psi_2)$ et $(\psi_1 - \Delta\psi_1 , \psi_2 - \Delta\psi_2)$, $\Delta\psi_1$ et $\Delta\psi_2$ sont les demi-angles d'ouverture des détecteurs.

D'autres facteurs d'incertitudes peuvent intervenir dans l'évaluation des fonctions $f_1(I, J)$ et $f_2(I, J)$ tels que la dimension de la tâche du faisceau sur la cible, ou encore les angles d'ouverture azimutaux $\Delta\phi_1$ et $\Delta\phi_2$ qui proviennent du fait que les deux détecteurs ne sont pas rigoureusement dans le même plan avec l'axe du faisceau.

On obtient ainsi deux courbes dans le plan I, J qui délimitent pour chaque couple d'angles ψ_1 , ψ_2 une zone d'intérêt.

La figure 33 montre comme exemple les résultats expérimentaux obtenus pour trois couples d'angles et visualisés à l'aide d'une visualisation I, J type Intertechnique RG 96 .

On distingue nettement sur cette figure des courbes cinématiques ainsi que des régions de celles-ci fortement peuplées. Ces régions correspondent à l'intersection des courbes cinématiques avec les lieux de fortes populations en évènements dus à l'effet résonnant à deux particules alpha et correspondant aux désintégrations

$$^{12}C^{*} \longrightarrow \alpha_o + {}^{8}Be \quad (2\,\alpha)$$

$$^{12}C^{*} \longrightarrow \alpha_1 + {}^{8}Be^{*} \quad (2\,\alpha)$$

On définit maintenant les projections de ces régions du plan I, J sur chaque axe par les expressions :

$$\frac{\Delta^3\sigma}{\Delta I \Delta W_1 \Delta W_2} = \int_{J_{min}}^{J_{max}} n(I, J)dJ = \sum_{J_{min}}^{J_{max}-1} \frac{n(I, J) + n(I, J+1)}{2}$$

$$\frac{\Delta^3\sigma}{\Delta J \Delta W_1 \Delta W_2} = \int_{I_{min}}^{I_{max}} n(I, J)dI = \sum_{I_{min}}^{I_{max}-1} \frac{n(I, J) + n(I+1, J)}{2}$$

Les valeurs des limites de ces intégrations sont les plus proches valeurs entières des intersections des courbes f_1 et f_2 avec

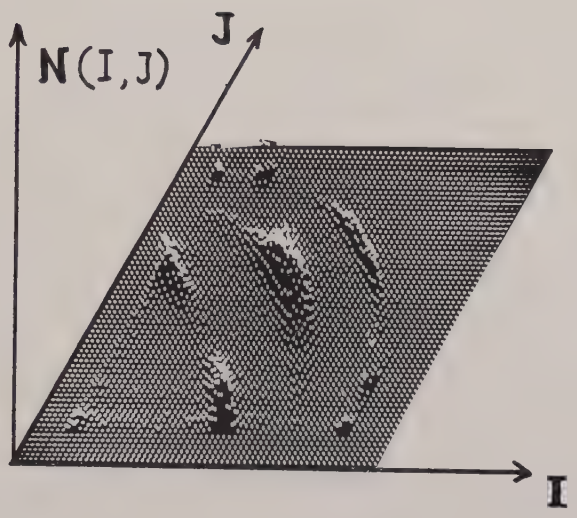


Fig. 33 : Visualisation volumétrique sur RG 96 des évènements obtenus en coïncidence pour les angles d'enregistrement :

$\psi_2 = 90°$, $\psi_1 = 150°$, $120°$, $84°$

(de gauche à droite) .

$I = Cte$ ou $J = Cte$.

Pour effectuer ceci, on part tout d'abord des courbes $g_1(E_1, E_2)$ et $g_2(E_1, E_2)$ dans lesquelles on introduit les relations d'étalonnage $E_1 = C_1 \cdot I + C_2$ et $E_2 = C'_1 \cdot J + C'_2$. On obtient ainsi $f_1(I, J)$ et $f_2(I, J)$. Pour chaque canal I ou J , on obtient ensuite deux intersections qui donnent les limites d'intégration.

On obtient donc enfin en repassant aux énergies E_1 et E_2 :

$$S_1(\psi_1 , \psi_2) = \frac{\Delta^3 \sigma}{\Delta E_1 \Delta W_1 \Delta W_2} = \frac{\Delta^3 \sigma}{\Delta I \Delta W_1 \Delta W_2} \times \frac{\Delta I}{\Delta E_1}$$

et

$$S_2(\psi_1 , \psi_2) = \frac{\Delta^3 \sigma}{\Delta E_2 \Delta W_1 \Delta W_2} = \frac{\Delta^3 \sigma}{\Delta J \Delta W_1 \Delta W_2} \times \frac{\Delta J}{\Delta E_2}$$

Avec une bonne résolution angulaire ainsi qu'une bonne résolution en énergie, il vient :

$$S_1(\psi_1 , \psi_2) \simeq \frac{d^3 \sigma}{dE_1 \, dW_1 \, dW_2}$$

et

$$S_2(\psi_1 , \psi_2) \simeq \frac{d^3 \sigma}{dE_2 \, dW_1 \, dW_2}$$

Au cours de l'expérience effectuée, l'angle ψ_2 valait 90° et ψ_1 variait de 84° à 150° , comme il a été indiqué précédemment.

Afin d'obtenir une vue d'ensemble de notre expérience, nous avons entrepris de reconstituer dans le système du laboratoire le diagramme de DALITZ expérimental. Pour cela, dans un quadrant I, J était portée la population normalisée n(I, J) pour chaque couple d'angles (ψ_1 , ψ_2) . La figure 34 montre le résultat obtenu pour la superposition des divers enregistrements. On peut en première approximation assimiler ce diagramme à celui qui devrait être réellement obtenu dans le système du centre de masse, étant donné que E_o est relativement faible. C'est ainsi que le contour du diagramme correspond d'après le choix des angles à un cas d'émission colinéaire des particules dans le système du centre de masse ($\vartheta_{12} = \pi$) . On peut voir sur le diagramme expérimental que cette région est fortement dépeuplée, ce qui tend à montrer, d'après notre interprétation théorique de l'émission à trois corps, que le spin du noyau de ^{12}C correspondant à la résonance de 675 keV est bien de parité non naturelle. On peut formuler d'autre part une deuxième constatation : le centre du diagramme est entièrement dépeuplé, ce qui rejoint les résultats trouvés expérimentalement et théoriquement au cours de l'étude du spectre continu à 675 keV.

Afin de permettre une étude quantitative des résultats, nous avons d'autre part tracé toutes les courbes $S_1(\psi_1, \psi_2)$ et $S_2(\psi_1, \psi_2)$ en fonction de l'angle du compteur mobile.

Les figures 35 et 36 représentent les résultats obtenus sous forme de courbes isométriques (rappelons que ces quantités ont été normalisées entre elles à l'aide du moniteur). On peut constater qualitativement qu'elles traduisent de la même manière les résultats donnés par la reconstitution du diagramme de DALITZ.

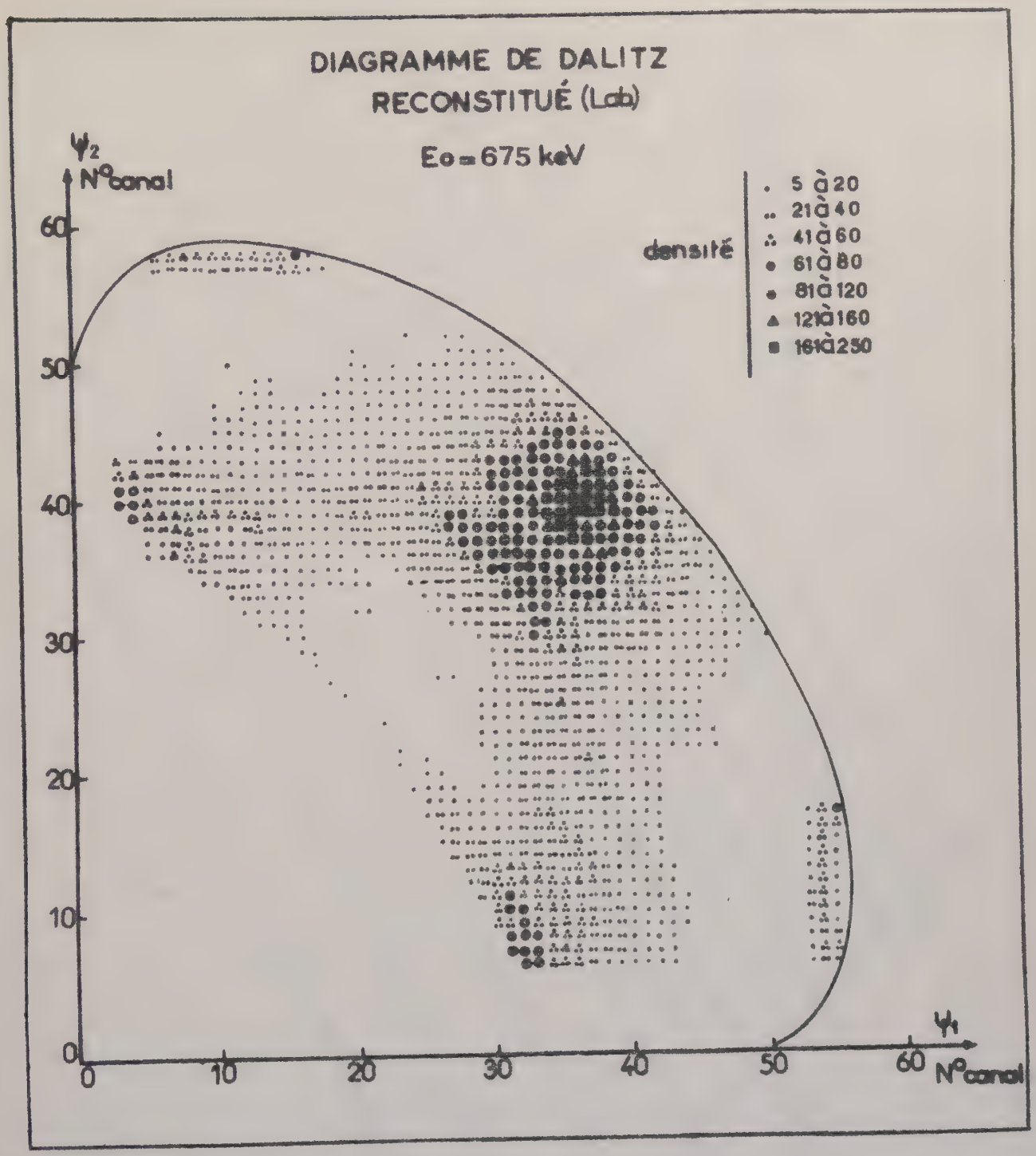


Fig. 34 : Reconstitution du diagramme de DALITZ expérimental par superposition des résultats normalisés.

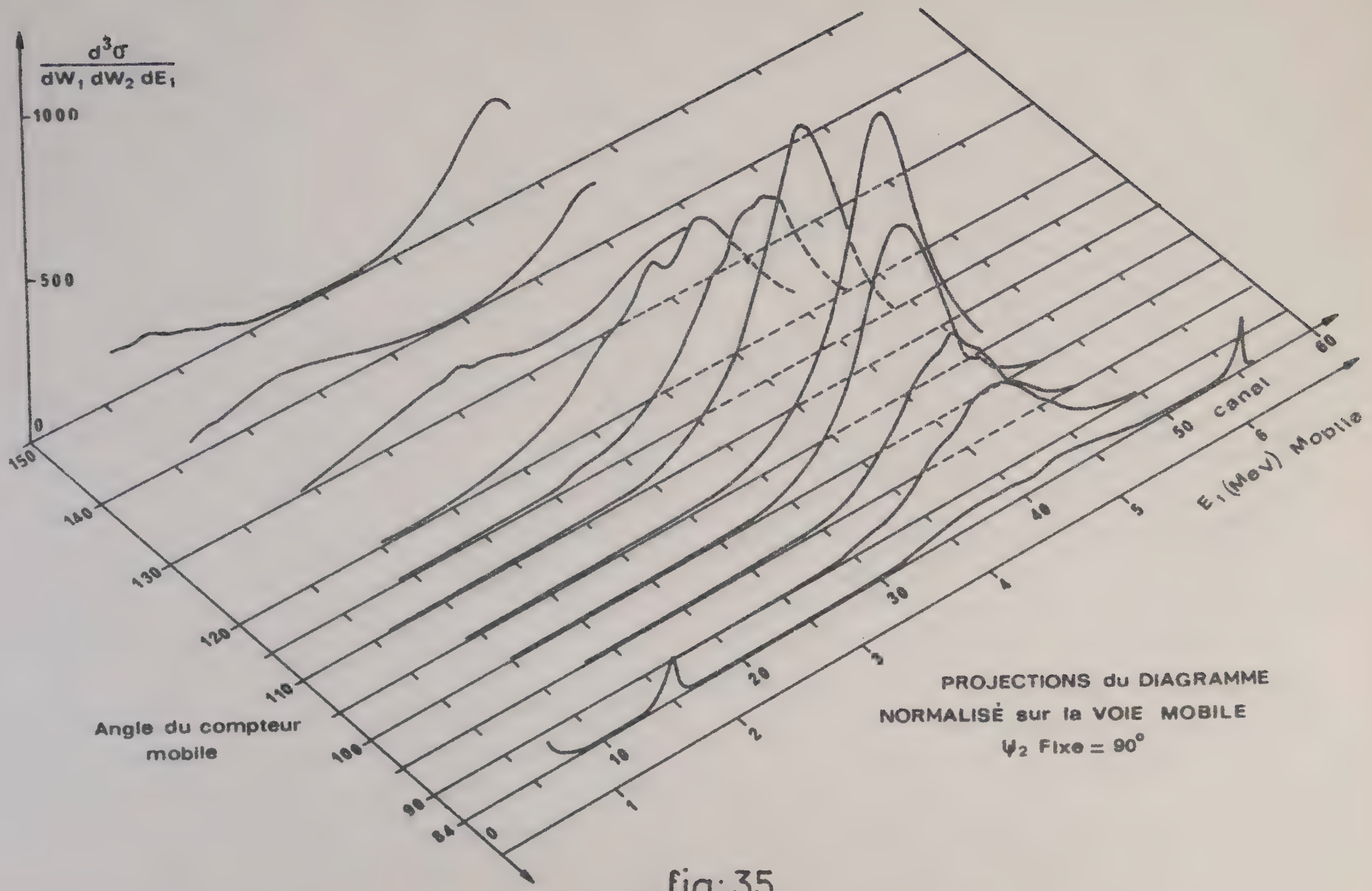

$\frac{d^3\sigma}{dW_1\, dW_2\, dE_1}$
1000
500
0
150
140
130
120
110
100
90
84
0
Angle du compteur mobile
1
10
2
20
3
30
4
40
5
50 canal
6
60
E_1 (MeV) Mobile
PROJECTIONS du DIAGRAMME
NORMALISÉ sur la VOIE MOBILE
ψ_2 Fixe = 90°

fig: 35 .

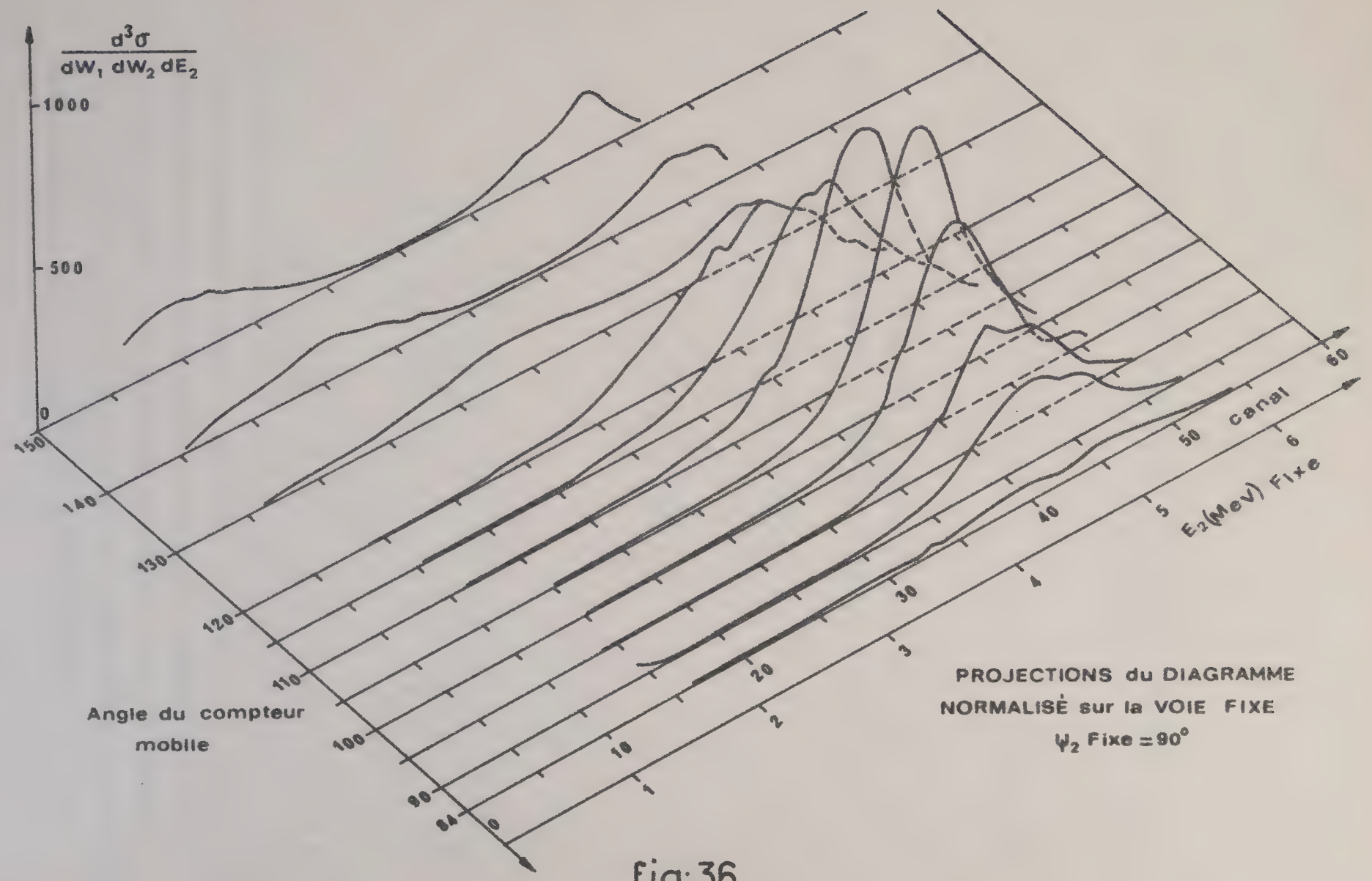

$\frac{d^3\sigma}{dW_1\, dW_2\, dE_2}$
1000
500
0
150
140
130
120
110
100
90
84
0
Angle du compteur mobile
1
10
2
20
3
30
4
40
5
50
6
60
canal
E_2(MeV) Fixe
PROJECTIONS du DIAGRAMME
NORMALISÉ sur la VOIE FIXE
ψ_2 Fixe = 90°

Fig:36.

III - Interprétation théorique des courbes isométriques

Nous avons essayé d'évaluer théoriquement les expressions

$$S_1 = \frac{d^3\sigma}{dE_1\, dW_1\, dW_2} \qquad \text{et} \qquad S_2 = \frac{d^3\sigma}{dE_2\, dW_1\, dW_2}$$

Il a été indiqué au Chapitre I que la relation de ces expressions avec l'élément de matrice de transition est du type :

$$S_1 \propto J_1\, F(\vec{p_j}, \varepsilon_j)$$

ou

$$S_2 \propto J_2\, F(\vec{p_j}, \varepsilon_j)$$

avec

$$J_1 = \frac{P_1\, P_2}{2 + \frac{P_1}{P_2}\cos\psi_{12} - \frac{P_o}{P_2}\cos\psi_2} \qquad J_2 = \frac{P_1\, P_2}{2 + \frac{P_2}{P_1}\cos\psi_{12} - \frac{P_o}{P_1}\cos\psi_1}$$

Le calcul effectué pour évaluer ces expressions a été conduit de la même manière en ce qui concerne l'élément de matrice que dans le cas des spectres continus. L'hypothèse de départ a été dictée par les résultats obtenus à 675 keV pour les spectres continus. Nous avions vu au cours de cette étude que l'hypothèse d'un spin 2^- pour le noyau de ^{12}C donnait un excellent accord entre le spectre continu théorique et le spectre expérimental, lorsqu'on supposait un moment angulaire $\ell = 3$.

On a vu en effet que la valeur $\ell = 1$ minimale ne donnait pas un bon accord.

On suppose donc une désintégration du type :

$$^{12}C\ (2^-) \longrightarrow \underbrace{\alpha_1 + {}^8Be^*}_{\ell = 3}\ (2^+)$$

$$^8Be^*\ (2^+) \longrightarrow 2\,\alpha_2$$

Dans cette désintégration, l'enregistrement en coïncidence peut être du type α_2-α_1 ou α_2-α_2 . L'ambiguité est totale lorsque les énergies sont égales, c'est-à-dire lorsque les bandes théoriques de résonance se coupent sur le diagramme de DALITZ.

L'étude théorique de S_1 ou S_2 était conduite de la façon suivante :

lorsqu'on balaye en énergie E_1 le spectre S_1 , chaque énergie E_1 permet de calculer par l'intermédiaire des expressions 11) ou 10) l'énergie E_2 correspondante.

Ainsi, à un couple d'angles d'enregistrement ψ_1 , ψ_2 , lorsqu'on fixe E_1 , on peut déduire E_2 , E_3 puis ε_1 , ε_2 , ε_3 dans le système du centre de masse. Une vérification était faite de telle manière que $\sum_{j=1}^{j=3} \varepsilon_j = H$.

Ayant tous ces paramètres cinématiques, et à partir de l'hypothèse faite sur les moments angulaires et parités, il est aisé de se ramener au calcul de l'élément de matrice indiqué sur le diagramme figure 20 . J_1 ou J_2 sont d'autre part facilement évalués selon que l'on étudie S_1 ou S_2 .

Lorsque le calcul a été effectué pour toute la plage d'énergie E_1 par exemple, on obtient un spectre théorique du type S_1 th (i) = f(E_1(i)) = F(I) I étant le numéro du canal.

Afin de normaliser ce spectre par rapport au spectre expérimental, on écrit :

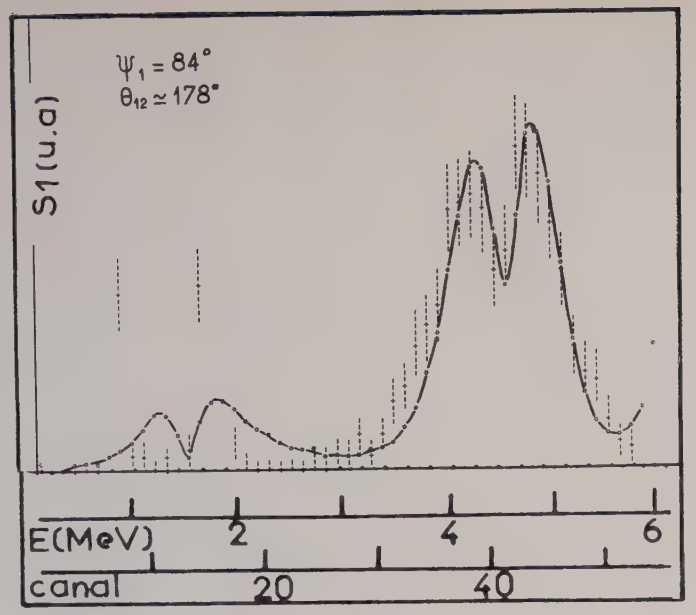
$$\chi^2 = \sum_{i=I_1}^{i=I_2} \left[\frac{S_1 \text{ exp (i)} - C \times S_1 \text{ th (i)}}{\Delta S_1 \text{ exp (i)}} \right]^2$$

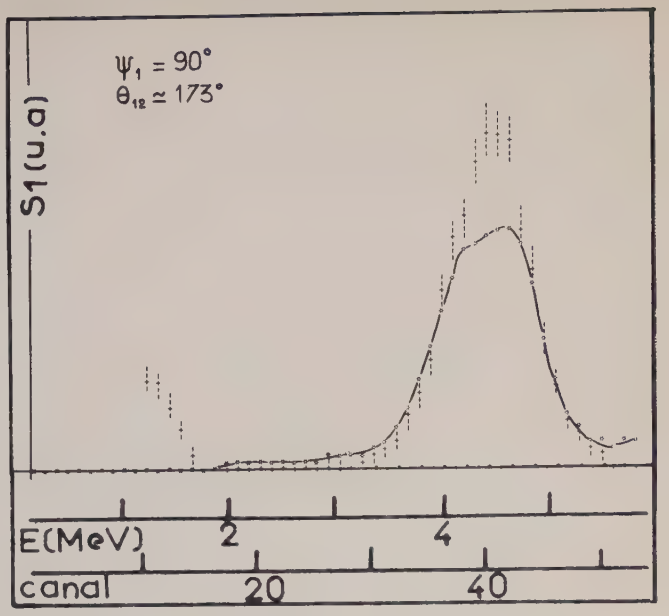
puis, on fait $\frac{\partial \chi^2}{\partial C} = 0$ pour évaluer C .

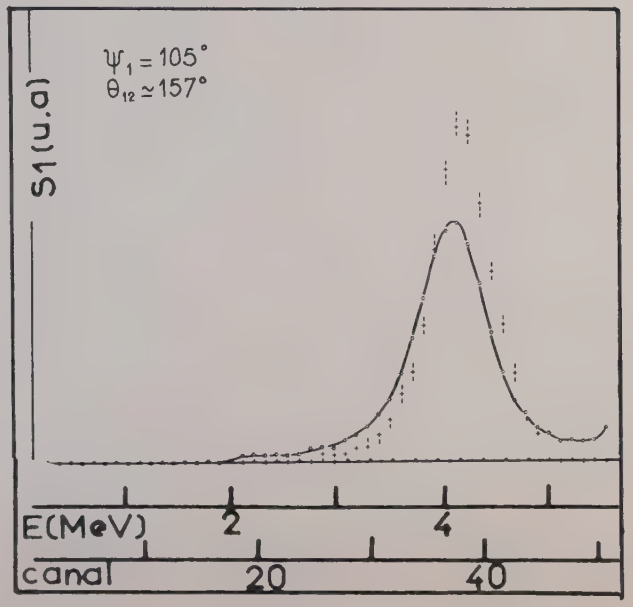
I_1 et I_2 définissent la plage des canaux sur laquelle on normalise le spectre. Ayant la valeur de C , on peut calculer ensuite χ^2 .

Nous présentons figures 37 à 42 les résultats obtenus pour les évaluations théoriques de S_1 et S_2 . On peut constater que les formes théoriques sont en bon accord avec les formes expérimentales sur toute la gamme d'angles d'enregistrement.

On peut signaler que dans le cas où les deux résonances se coupent, on retrouve l'incertitude, quant à l'identité des particules enregistrées, signalée par PHILLIPS. La largeur du pic S_1 ou S_2 dans ce cas particulier d'émission n'est que de 0,8 MeV . Notre formalisme théorique semble expliquer correctement cette largeur anormalement petite à partir des paramètres EN = 3 MeV et Γ = 1,45 MeV du premier état de ^{8}Be . Cependant, l'intensité du pic est anormalement grande. Afin d'élucider ce point, nous avons entrepris d'étudier le comportement de la constante de normalisation en fonction de l'angle mobile d'enregistrement ψ_1 . La figure 43 représente les variations de C . On peut constater que


$\psi_1 = 84°$
$\theta_{12} \simeq 178°$
S1(u.a)
E(MeV) 2 4 6
canal 20 40


$\psi_1 = 90°$
$\theta_{12} \simeq 173°$
S1(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40


$\psi_1 = 105°$
$\theta_{12} \simeq 157°$
S1(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40

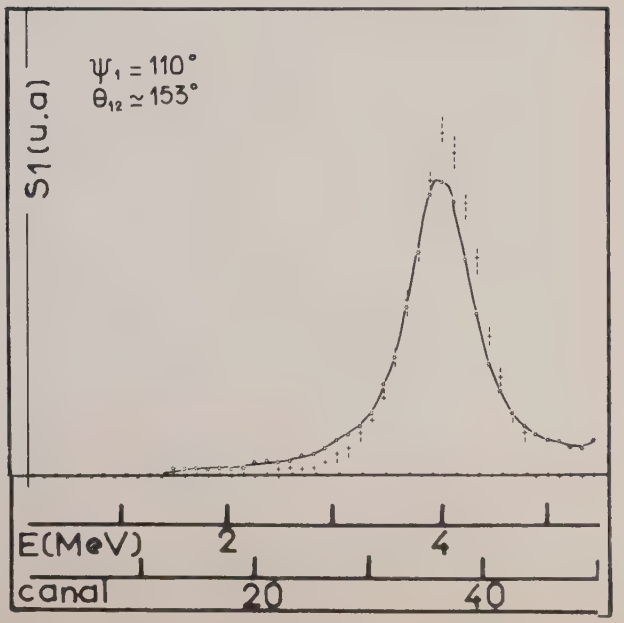
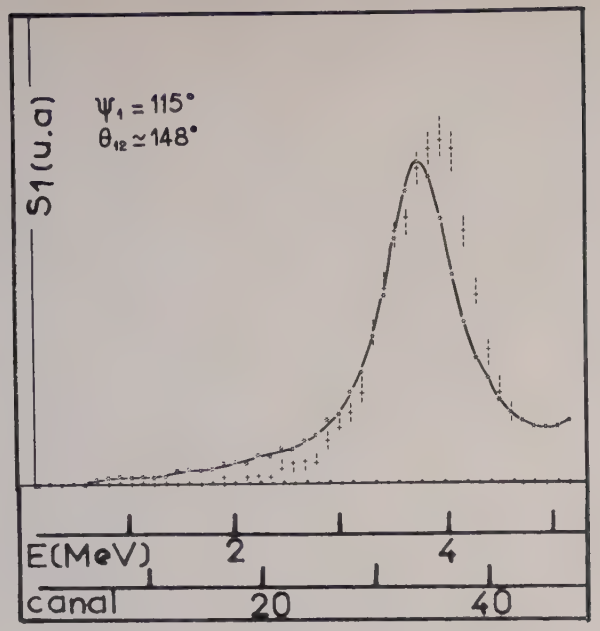
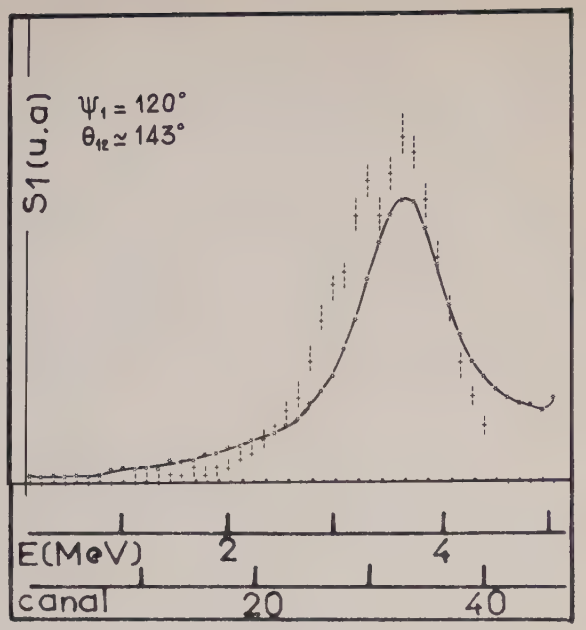
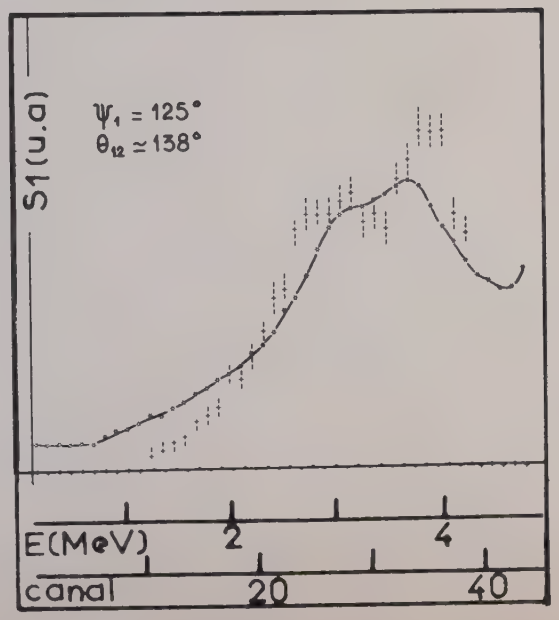

$\psi_1 = 110°$
$\theta_{12} \simeq 153°$
S1(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40

fig:37.


S1(u.a)
$\psi_1 = 115°$
$\theta_{12} \simeq 148°$
E(MeV) 2 4
canal 20 40


S1(u.a)
$\psi_1 = 120°$
$\theta_{12} \simeq 143°$
E(MeV) 2 4
canal 20 40


S1(u.a)
$\psi_1 = 125°$
$\theta_{12} \simeq 138°$
E(MeV) 2 4
canal 20 40

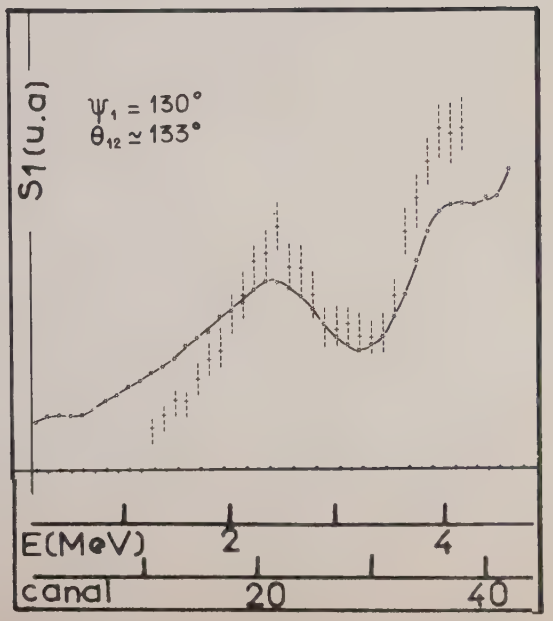

S1(u.a)
$\psi_1 = 130°$
$\theta_{12} \simeq 133°$
E(MeV) 2 4
canal 20 40

fig: 38.

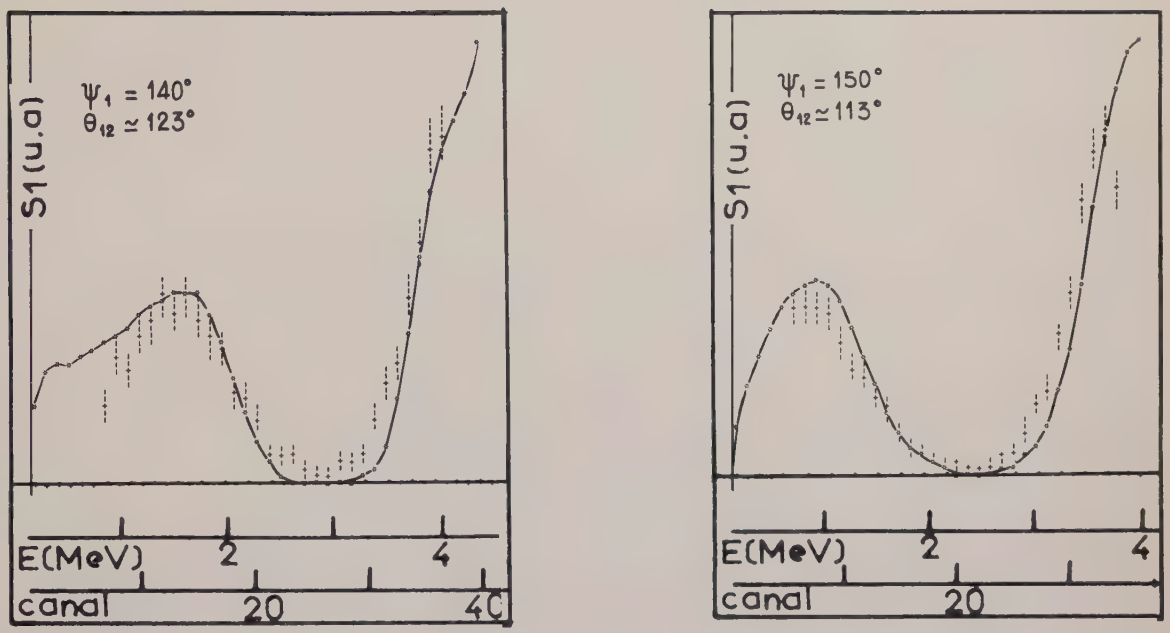


fig: 39.

FIGURES 37, 38, 39 : PROJECTIONS SUR LE DETECTEUR 1

Courbes isométriques théoriques et expérimentales
Hypothèse $J=2^-$ et $l=3$

Spectre Expérimental

Spectre Théorique

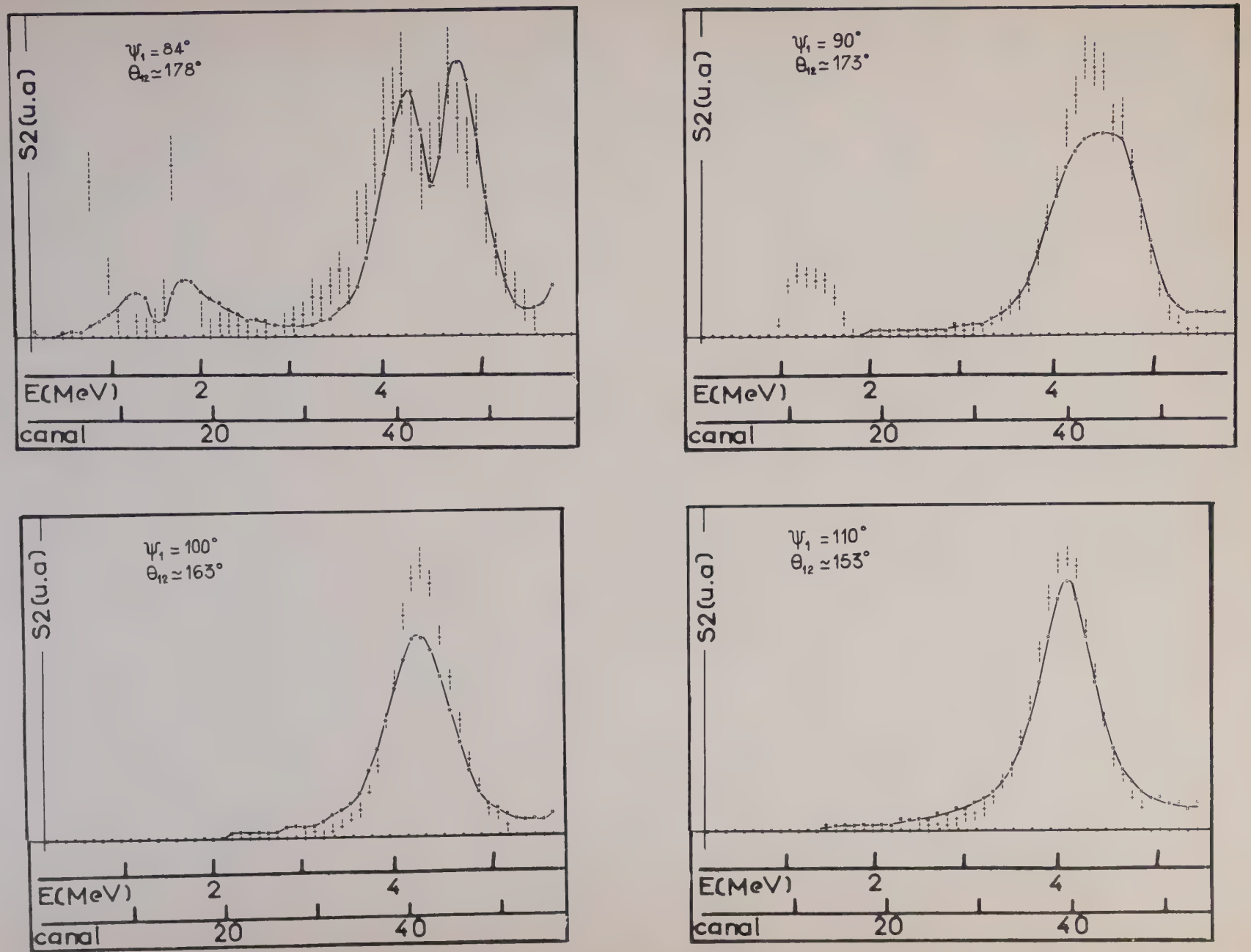
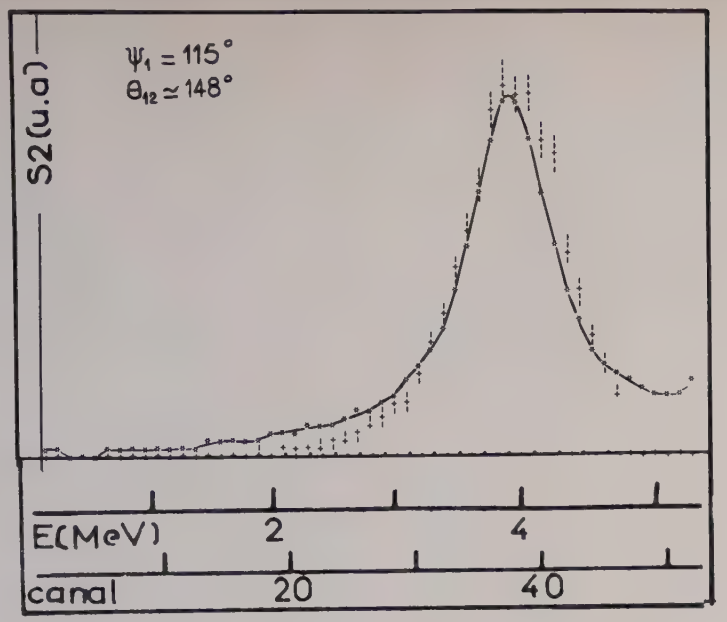
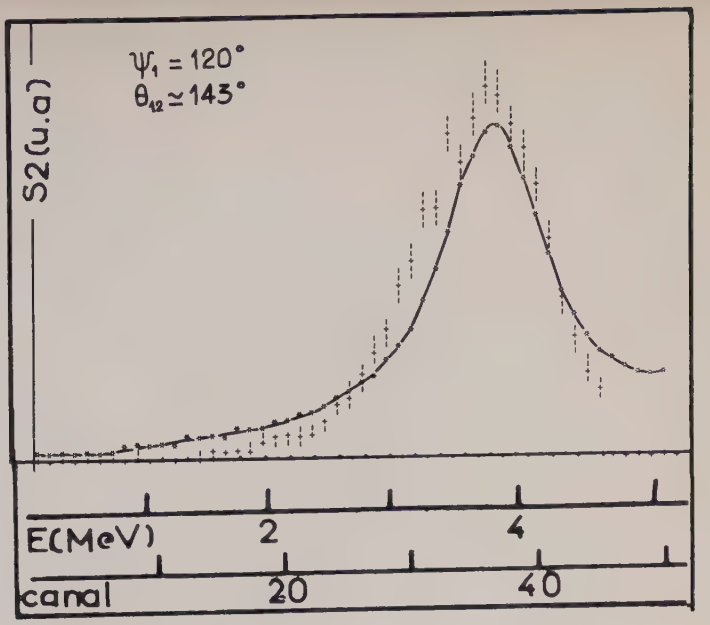
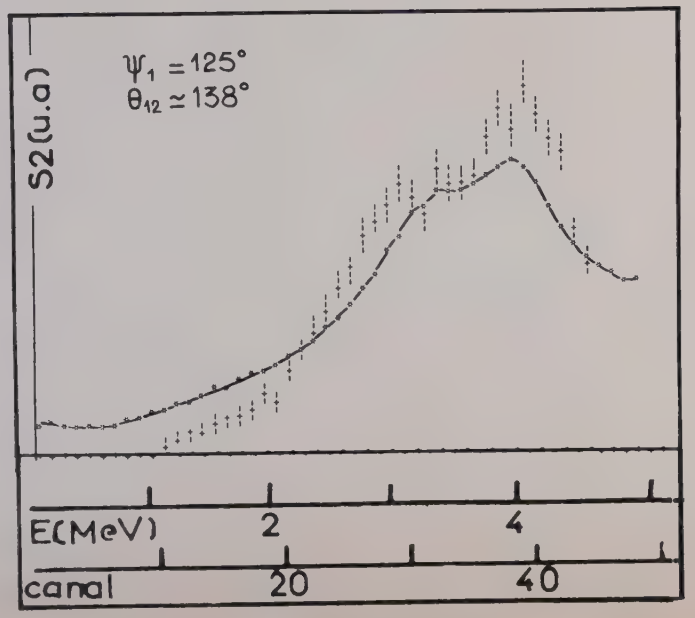

$\psi_1 = 84°$
$\theta_{12} \simeq 178°$
S2(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40
$\psi_1 = 90°$
$\theta_{12} \simeq 173°$
S2(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40
$\psi_1 = 100°$
$\theta_{12} \simeq 163°$
S2(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40
$\psi_1 = 110°$
$\theta_{12} \simeq 153°$
S2(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40

fig: 40.


$\psi_1 = 115°$
$\theta_{12} \simeq 148°$
S2(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40


$\psi_1 = 120°$
$\theta_{12} \simeq 143°$
S2(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40


$\psi_1 = 125°$
$\theta_{12} \simeq 138°$
S2(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40

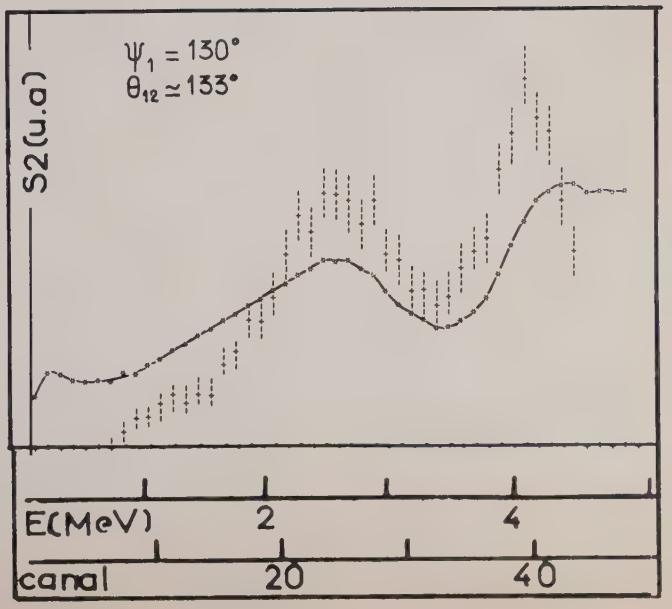

$\psi_1 = 130°$
$\theta_{12} \simeq 133°$
S2(u.a)
E(MeV) 2 4
canal 20 40

fig: 41.

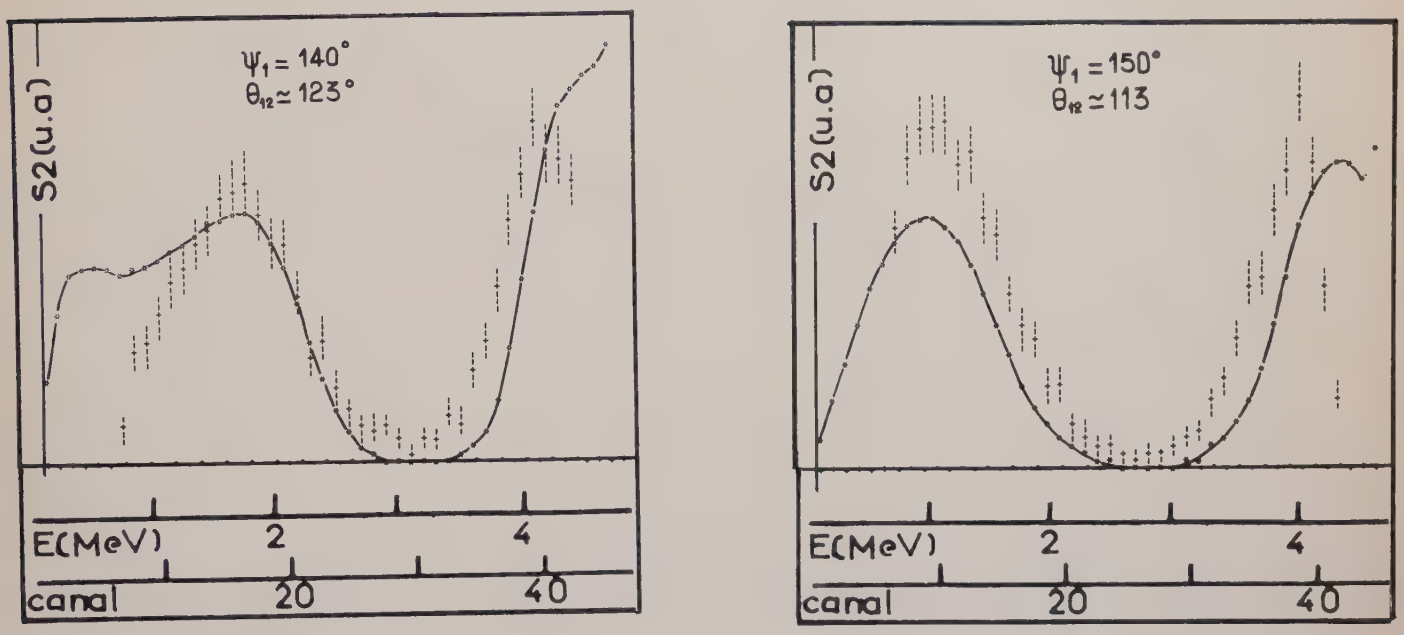


fig: 42.

FIGURES 40, 41, 42 : PROJECTIONS SUR LE DETECTEUR 2

Courbes isométriques théoriques et expérimentales
Hypothèse $J=2^-$ et $l=3$

Spectre Expérimental

Spectre Théorique

C n'est pas rigoureusement constante, mais ses variations sont loin d'être aussi brutales que celles de l'intensité du spectre. Il se peut que les dispersions angulaires dans l'enregistrement en coïncidence soient à l'origine de ces variations (la densité du diagramme de DALITZ variant très fortement avec la géométrie dans les régions de recouvrement des résonances). Il semble donc que l'élément de matrice traduise relativement bien toutes les variations.

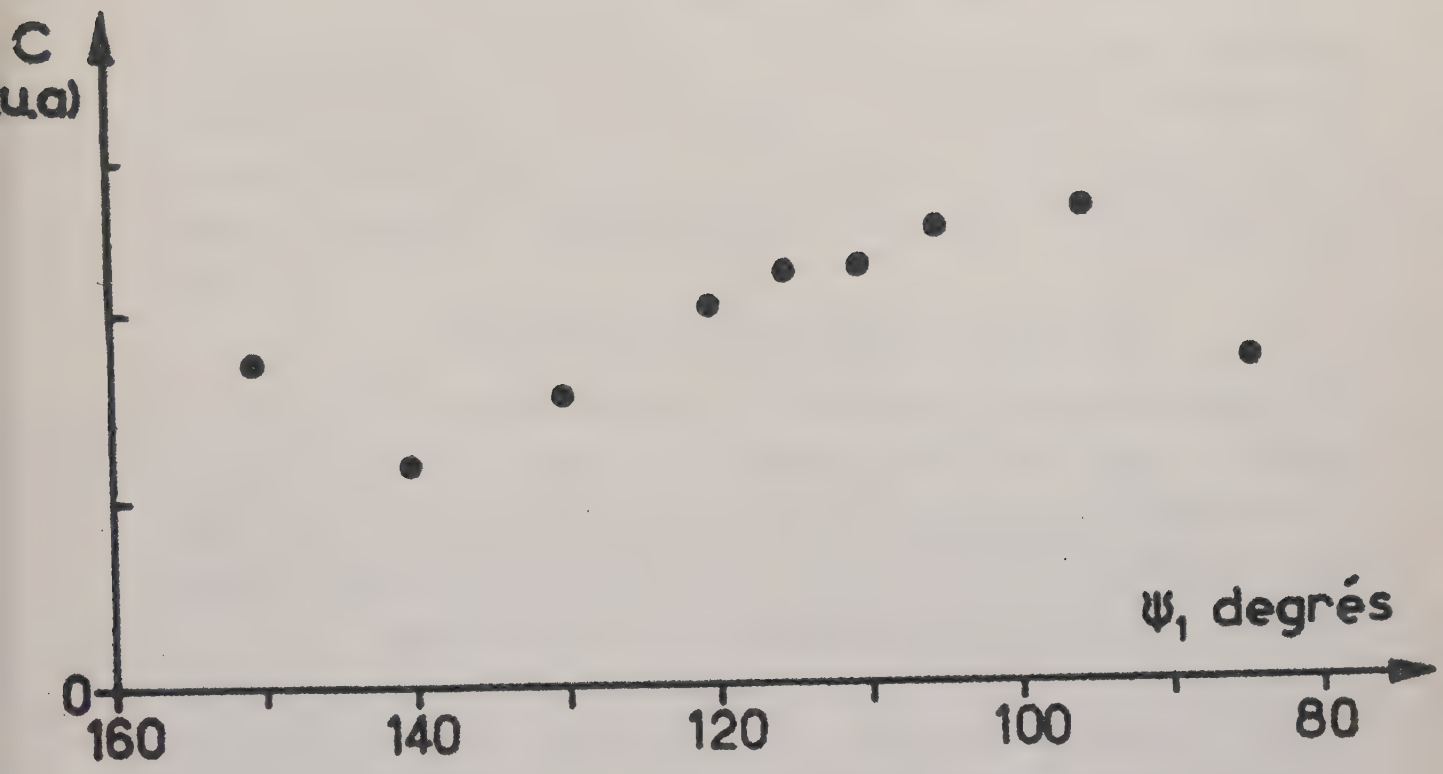
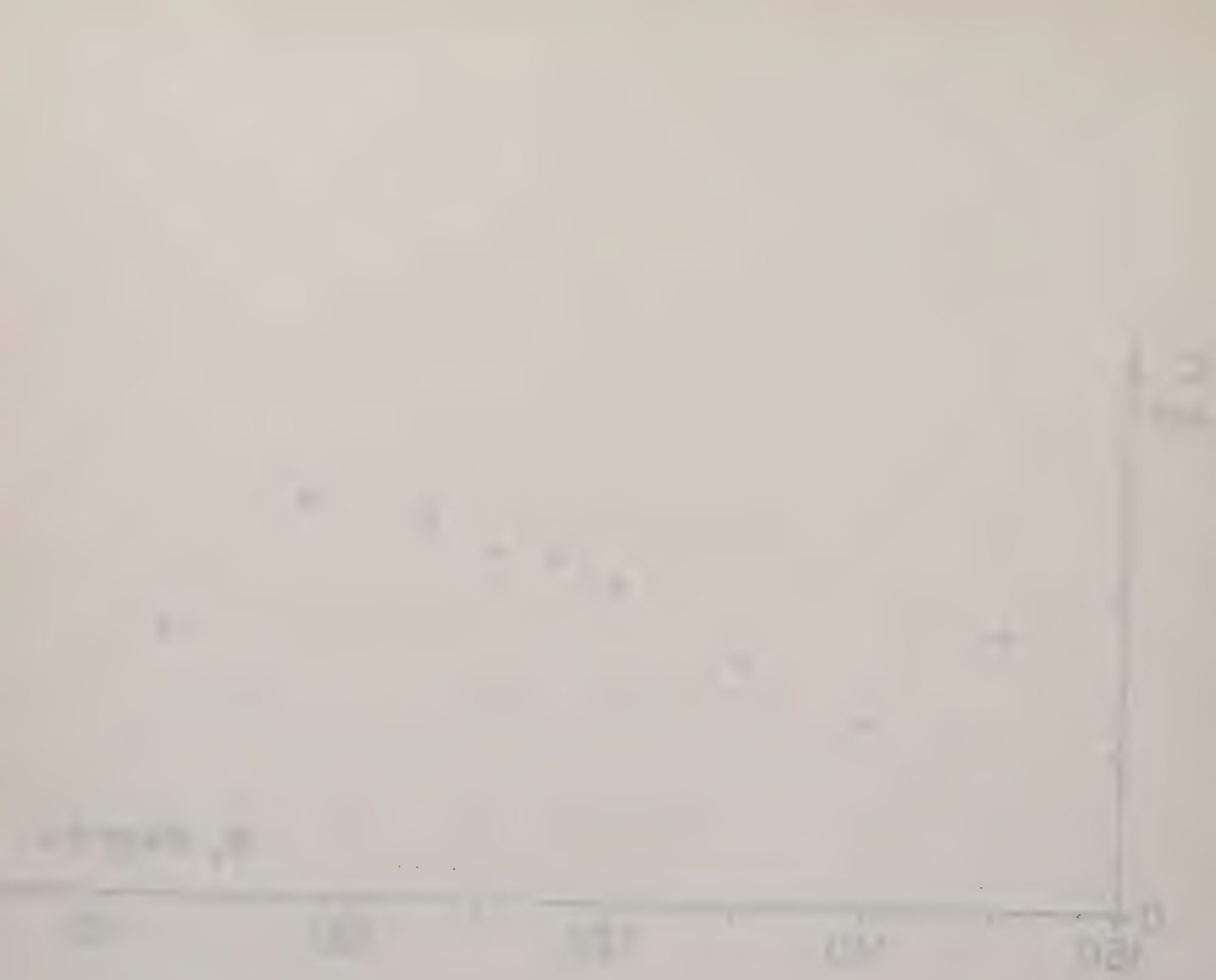


Fig. 43 : Variations de la constante de normalisation en fonction de la position du compteur 1 : $C = S_{exp}(i) / S_{th}(i)$.



CONCLUSION

Deux méthodes expérimentales différentes ont été employées pour étudier la réaction $^{11}B(p, 3\alpha)$. Le formalisme théorique conduisant à introduire les effets de spin et parité de ^{12}C , conjugués à l'hypothèse d'un passage séquentiel par un noyau de ^{8}Be alimenté essentiellement dans son premier état excité, a permis d'expliquer les divers résultats expérimentaux.

Nous avons montré, au cours de cette étude

a) que les spectres directs de particules α relatifs au passage par un ^{8}Be (1er excité) étaient très sensibles quant à leur forme, à l'identité des résonances rencontrées entre 150 keV et 4 MeV . La variation de forme des spectres se traduit essentiellement par les anomalies suivantes :

- variation très sensible de la largeur expérimentale apparente du pic α_1 . La largeur expérimentale trouvée vaut, dans certains cas (notamment pour E_o = 675 keV et E_o = 1,4 MeV) la moitié de celle évaluée par diffusion $\alpha - \alpha$. Cette variation de largeur semble être fort bien expliquée par la théorie, en tenant compte des termes d'interférence dans le calcul de l'élément de matrice, dus à l'indiscernabilité des particules α .

- déplacement du maximum du spectre direct par rapport aux prévisions de la cinématique de $p + {}^{11}B \longrightarrow \alpha_1 + {}^{8}Be^{*}$. Ce déplacement est particulièrement bien mis en évidence expérimentalement lorsque l'énergie des protons varie de 165 keV à 250 keV (effets respectifs des résonances 2^+ et 2^-) . Ce déplacement en énergie est bien traduit par notre analyse théorique.

- déficit de particules aux environs de 2,7 MeV dans les spectres α correspondant aux résonances 2^- et 1^- .

La position de ce "creux" correspond, comme nous l'avons vu figure 5 , aux cas d'émission de deux particules α avec la même énergie, la troisième particule ayant l'énergie de la particule α_1 . Ces évènements sont donc fortement défavorisés pour les résonances 2^- et 1^- , et notre analyse semble en rendre compte correctement.

b) que la résonance de 675 keV correspond bien à un spin de parité non naturelle. Cette conclusion est tirée de la confrontation de nos résultats expérimentaux avec les prédictions que MACDONALD avait faites au sujet de cette résonance. Le diagramme de DALITZ expérimental, que nous avons reconstitué, présente bien la caractéristique d'un net affaiblissement de la densité sur le contour. Ce fait démontre donc que l'émission colinéaire est interdite. L'examen du même diagramme expérimental montre aussi que le centre est une zone interdite. Ce dernier phénomène permet de supposer à partir de notre analyse théorique que la parité est négative ou que le spin est impair. La forte intensité de cette résonance et l'isotropie de l'émission α (formation de ^{12}C à partir d'un état s dans la voie d'entrée) , fait pencher pour un spin pair, et donc pour une parité négative. A partir de l'hypothèse de la valeur 2^- qui en découle pour le spin de cette résonance, il a été impossible d'obtenir un bon accord avec la valeur ℓ minimale permise par les règles de sélection ($\ell = 1$) . La valeur $\ell = 3$ donne par contre d'excellents résultats qui ont permis d'expliquer la forme du spectre continu et toutes les courbes isométriques avec les paramètres EN = 3 MeV et Γ = 1,45 MeV du noyau de $^8Be^*$ (2^+) .

Il semble ainsi qu'un accord d'ensemble se dégage entre la théorie et l'expérience pour les diverses résonances rencontrées et pour l'analyse des résultats expérimentaux issus des deux techniques différentes.

Les seules hypothèses faites au cours de cette étude sont

les suivantes :

- passage par le premier état de ^{8}Be

- choix de la valeur de ℓ parmi les valeurs permises par les règles de sélection de spins et parités.

Il y a en effet, parmi les valeurs de ℓ permises, au moins une valeur qui conduit à une explication correcte des résultats expérimentaux.

On peut remarquer à ce sujet que les diverses résonances de ^{12}C considérées dans notre étude sont pour la plupart des T = 1 (sauf pour la résonance de 2,62 MeV où T = 0). L'émission alpha étant normalement interdite, il se peut que les effets d'impuretés de spin isotopique puissent favoriser certaines valeurs de ℓ .

BIBLIOGRAPHIE

Aj 59 F. AJZENBERG-SELOVE, T. LAURITSEN - Nucl. Phys. 11, 1 (1959)

Aj 68 F. AJZENBERG-SELOVE, T. LAURITSEN - Nucl. Phys. A114, 1 (1968)

Al 60 M.H. ALSTON, L.W. ALVAREZ, P. EBERLAND, M.L. GOOD, W. GRAZIANO, H.K. TICHO, S.G. WOJCICKI - Phys. Rev. Lett. 5, 520 (1960)

Al 61 L.W. ALVAREZ, A.H. ROSENFELD, M.L. STEVENSON - Phys. Rev. Lett. 7, 178 (1961)

Ba 62 F.C. BARKER, P.B. TREACY - Nucl. Phys. 38, 33 (1962)

Be 37 H. BETHE - Rev. of Modern Physics 9, 217 (1937)

Be 53 O. BECKMAN, T. HUUS, X. ZUPANCIC - Phys. Rev. 91, 606 (1953)

Be 64 E.H. BERKOWITZ - Nucl. Phys. 60, 555 (1964)

Bl 64 H.R. BLIEDEN - Bull. Am. Phys. Soc. 9, 171 (1964)

Br 65 J.D. BRONSON, W.D. SIMPSON, W.R. JACKSON, G.C. PHILLIPS - Nucl. Phys. 68, 241 (1965)

Ch 52 R. CHASTEL - Thèse n° 3367 - Paris 1952

Cr 56 D.A. CRAIG, W.G. CROSS, R.G. JARVIS - Phys. Rev. 103, 1414 (1956)

Da 56 DALITZ - Proc. Phys. Soc. A 69, 527 (1956)

Da 61 DALITZ et MILLER - Phys. Rev. Lett. 10, 562 (1961)

Da 63 DALITZ - Ann. Rev. of Nucl. Science 13, 339 (1963)

De 36 DEE et GILBERT - Proc. Roy. Soc. 154, 279 (1936)

De 57 G. DEARNALEY, G.A. DISSANAIKE, A.P. FRENCH, G. LINDSAY-JONES - Phys. Rev. 108, 743 (1957)

De 62 D. DEHNHARD, D. KAMKE, P. KRAMER - Phys. Lett. 3, 52 (1962)

De 65 D. DEHNHARD - Rev. of Modern Physics 37, 450 (1965)

Du 64 I. DUCK - Nucl. Phys. 57, 643 (1964)

Fe 68 W. FELDMAN, M. SUFFERT, S.S. HANNA - Bull. Am. Phys. Soc. 13, 883 (1968)

Fl 67 Y. FLAMANT, Y. CHANUT, F. BOUABDALLAH, R. BALLINI et L. MARQUEZ - C.R. Acad. Sci. Paris B 264, 1283 (1967)

Ge 55 E.H. GEER, E.B. NELSON, E.A. WOLICKI - Phys. Rev. 100, 215 (1955)

Gi 68 A. GIORNI, D. ENGELHARDT, J.F. CAVAIGNAC, J.P. LONGEQUEUE, R. BOUCHEZ - Journ. Phys. 29, 4 (1968)

Go 55 M.E. GOVE, E.B. PAUL - Phys. Rev. 97, 104 (1955)

Go 67 GOLDHABER - Proc. of the 1967 C.E.R.N. School of Physics - C.E.R.N. VIII

Gr 58 V.N. GRIBOV - Nucl. Phys. 5, 653 (1958)

Ho 55 R.E. HOLLAND, D.R. INGLIS, R.E. MALM, F.P. MOORING - Phys. Rev. 99, 92 (1955)

Hu 53a S.E. HUNT, W.M. JONES - Phys. Rev. 89, 1283 (1953)

Hu 53b T. HUUS, R.B. DAY - Phys. Rev. 91, 599 (1953)

Ke 59 L. KESZTHELYI, J. FODOR - Nucl. Phys. 10, 564 (1959)

Le 64 J. LETESSIER - Thèse 3ème Cycle n° 236 - Bordeaux 1964

Lo 64 J.P. LONGEQUEUE - Thèse - Rapport C.E.A. R 2416 (1964)

Ma 65 MACDONALD - Phys. Lett. 19, 293 (1965)

Ma 66 L. MARQUEZ - Thèse n° 166 - Orsay 1966

Ma 67 L. MARQUEZ, J.P. LAUGIER, R. BALLINI, C. LEMEILLE, N. SAUNIER et J. REY - Nucl. Phys. A 97, 321 (1967)

Ne 66 R.G. NEWTON - "Scattering theory of waves and particles" - p.219 (1966)

Pa 53 E.B. PAUL, R.L. CLARKE - Phys. Rev. 91, 463 (1953)

Ph 65 G.C. PHILLIPS - Rev. of Mod. Physics 37, 409 (1965)

Qu 64 J.L. QUEBERT, M. COSTE, L. MARQUEZ - Nucl. Phys. 54, 257 (1964)

Sc 55 L. SCHIFF - Quantum Mechanics - p.199 (1955)

Se 61 R.E. SEGEL, M.J. BINA - Phys. Rev. 124, 814 (1961)

Se 65 R.E. SEGEL, S.S. HANNA, R.G. ALLAS - Phys. Rev. B139, 818 (1965)

Sk 64 SKEJEGGESTAD - Proc. of the 1964 School - C.E.R.N. VII

St 62 M.L. STEVENSON, L.W. ALVAREZ, B.C. MAGLIC, A.H. ROSENFELD - Phys. Rev. 125, 687 (1962)

Sw 65 P. SWAN - Rev. of Mod. Physics 37, 336 (1965)

Sy 63 G.D. SYMONS, P.B. TREACY - Nucl. Phys. 46, 93 (1963)

Te 50 V.L. TELEGDI, ZUNTI - Helv. Phys. Acta 23, 745 (1950)

Te 52 V.L. TELEGDI - Phys. Rev. 84, 600 (1952)

Th 52 THOMSON, COHEN, FRENCH, HUTCHINSON - Proc. Phys. Soc. (London) A 65, 745 (1952)

Uh 35 G.E. UHLENBECK, S. GOUDSMIT - Pieter Zeeman - Martinus Nijhoff's, GRAVENHAGE (1935) - Netherland

Wa 52 K.M. WATSON - Phys. Rev. 88, 1163 (1952)

Ze 64 C. ZEMACH - Phys. Rev. 133 B, 1201 (1964)

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

I - CARACTERISTIQUES PRINCIPALES DES RESONANCES $p + {}^{11}B$ ENTRE 150 keV ET 4 MeV III

II - LE MECANISME D'EMISSION DE PARTICULES α DANS ${}^{11}B(p, 3\alpha)$ VI

CHAPITRE PREMIER - ETUDE THEORIQUE D'UNE REACTION PRODUISANT TROIS PARTICULES DANS L'ETAT FINAL 1

A - CINEMATIQUE DE LA REACTION $A_1 + A_2 \longrightarrow m_1 + m_2 + m_3 + Q$

I - Calcul des énergies dans le système du centre de masse de $A_1 + A_2$ 1

II - Calcul des énergies lorsqu'on introduit le système de référence de deux particules 4

III - Calcul des énergies dans le système de référence du laboratoire 6

B - ETUDE DE LA TRANSITION CONDUISANT A TROIS PARTICULES

I - L'espace des phases relatif à trois particules 9

II - Probabilité de transition 11

III - Détermination des expressions permettant le calcul des formes de spectres expérimentaux 12

a) Définition du spectre direct des particules m_1 dans le système du centre de masse de $A_1 + A_2$ 12

b) Définition des spectres déduits de l'enregistrement en coïncidences 14

IV - Diagramme de DALITZ 16

C - CONSIDERATIONS SUR LE CALCUL DE L'ELEMENT DE MATRICE 17

I - Indiscernabilité des particules 17

II - Hypothèse statistique de la désintégration à trois corps 18

III - Effets d'interactions dans l'état final - Phénomènes d'interférences 18

IV - Effets de spins et de parités dans une désintégration du type $C \longrightarrow m_1 + m_2 + m_3$ 20

CHAPITRE II - CALCUL THEORIQUE DES FORMES DE SPECTRES α DIRECTS DANS LE CAS DE LA REACTION $^{11}B(p, 3\alpha)$

A - HYPOTHESE STATISTIQUE 25

B - HYPOTHESE DE L'INTERACTION A DEUX PARTICULES DANS L'ETAT FINAL 26

I - Première approche de calcul : Traduction de l'effet d'interaction dans l'état final par un terme de Breit-Wigner 29

II - Deuxième approche de calcul : Adjonction d'un effet de corrélation angulaire entre les deux étapes de la réaction 33

III - Troisième approche de calcul : Application du formalisme général 35

a) Calcul de l'élément de matrice partiel pour divers spins de ^{12}C 37
b) Calcul de l'élément de matrice total 59
c) Evaluation des angles intervenant dans le calcul de l'élément de matrice total 60
d) Comportement limite de l'élément de matrice total 61

CHAPITRE III - ETUDE EXPERIMENTALE DE LA REACTION $^{11}B(p, 3\alpha)$

A - ENREGISTREMENT DES PARTICULES PAR UN COMPTEUR A SEMI-CONDUCTEURS- SPECTRES DIRECTS 64

I - Montage expérimental 64

II - Résultats expérimentaux et dépouillement 66

III - Analyse théorique des résultats 73

a) Etude des formes de spectres α à l'aide de la corrélation angulaire expérimentale $1 + a_2 \cos^2 X + a_4 \cos^4 X$ 73
b) Calcul des formes de spectres continus à l'aide du formalisme développé Chapitre II (III) 79

B - ETUDE DE LA REACTION $^{11}B(p, 3\alpha)$ PAR LA METHODE DES COINCIDENCES α - α A LA RESONANCE DE 675 keV 84

I - Conditions expérimentales 84

a) l'Electronique 85

b) la chaîne multiparamétrique - Type Intertechnique 86

II - Résultats expérimentaux et exploitation 86

III - Interprétation théorique des courbes isométriques 91

CONCLUSION 95

BIBLIOGRAPHIE

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

"INTERACTIONS PAR NEUTRINOS PRODUITS A L'AIDE D'ACCELERATEURS DE HAUTE ENERGIE"

Vu et approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences :

R. CALAS

Vu et accordé le permis d'imprimer

Bordeaux, le

Le Recteur de l'Université de Bordeaux :

J. BABIN